COGNOME .... NOME ....

CORSO: *(barrare la casella corrispondente)* □ **Landi** □ **Brundu**

PROVA SCRITTA di GEOMETRIA
PARTE A
8 gennaio 2010

Si consideri l'applicazione lineare

$$\phi : \mathbb{R}^4 \longrightarrow \mathbb{R}^4$$

definita da:

$$(x, y, z, t) \mapsto (x - y, -x + y, 3z - t, -z + 3t).$$

Posta $\mathcal{E}$ la base canonica di $\mathbb{R}^4$, determinare:
1) la matrice $M_\phi^{\mathcal{E},\mathcal{E}}$;
2) una base di $\ker(\phi)$;
3) una base di $\mathrm{Im}(\phi)$;
4) gli autovalori di ϕ e le relative molteplicità;
5) gli autospazi di ϕ e relative basi;
6) (verificare NELLO SVOLGIMENTO) che ϕ è semplice ;
7) una base $\mathcal{B}$ di $\mathbb{R}^4$ costituita da autovettori di ϕ ;
8) la matrice di cambio base $M^{\mathcal{B},\mathcal{E}}$;
9) la matrice $M_\phi^{\mathcal{B},\mathcal{B}}$;
$L - 10$) (verificare NELLO SVOLGIMENTO) che ϕ è autoaggiunto;
$L - 11$) una base ortonormale $\mathcal{C}$ di $\mathbb{R}^4$ costituita da autovettori di ϕ.

N.B. Le domande contrassegnate con L- *sono solo per gli studenti del corso Landi.*

RISPOSTE

---

1) $M_\phi^{\mathcal{E},\mathcal{E}} = \left(\qquad \right)$ 2) 3)

---

4) 5)

---

6) (nello svolgimento) 7) $\mathcal{B} = \left(\qquad \right)$

---

8) $M^{\mathcal{B},\mathcal{E}} = \left(\qquad \right)$ 9) $M_\phi^{\mathcal{B},\mathcal{B}} = \left(\qquad \right)$

$L - 10$ (nello svolgim.) $L - 11$) $\mathcal{C} = \left(\qquad \right)$

COGNOME ....NOME ....

CORSO: *(barrare la casella corrispondente)* ☐ **Landi** ☐ **Brundu**

PROVA SCRITTA di GEOMETRIA
PARTE B
8 gennaio 2010

Nello spazio affine euclideo $\mathbb{E}^3$ si considerino il piano π e i due punti $A, C \in \pi$:

$$\pi : \; x + y + z - 2 = 0, \quad A = (2, 0, 0), \quad C = (0, 2, 0).$$

Determinare:
1) l'equazione vettoriale della retta r passante per A e C;
2) l'equazione cartesiana del piano-asse σ del segmento AC (cioè il luogo dei punti equidistanti da A e C);
3) il punto medio M del segmento AC;
4) l'equazione vettoriale della retta $s = \sigma \cap \pi$;
5) i punti $B, D \in s$ tali che il poligono di vertici $ABCD$ sia un quadrato;
6) l'equazione vettoriale della retta t passante per M e ortogonale a π ;
$B - 7)$ un punto $V \in t$ tale che la piramide di vertice V e base $ABCD$ abbia volume $\sqrt{3}$;
$B - 8)$ le equazioni cartesiane dei piani contenenti V e le diagonali della base della piramide.

N.B. Le domande contrassegnate con B- *sono solo per gli studenti del corso Brundu.*

RISPOSTE

---

1) $r : \; (x, y, z) =$ 2) $\sigma :$ 3)

---

4) $s : \; (x, y, z) =$ 5) $B =$ $D =$

---

6) $t : \; (x, y, z) =$ $B - 7)$

$B - 8)$
