COGNOME .... NOME ....

CORSO: *(barrare la casella corrispondente)* ☐ **Landi** ☐ **Brundu**

PROVA SCRITTA di GEOMETRIA
PARTE A

6 settembre 2010

Si consideri l'applicazione lineare

$$\phi : \mathbb{R}^4 \longrightarrow \mathbb{R}^4$$

definita da:

$$(x, y, z, t) \mapsto (x - t, y + t, 2z, -x + y).$$

Posta $\mathcal{E}$ la base canonica di $\mathbb{R}^4$, determinare:

1) la matrice $M_\phi^{\mathcal{E},\mathcal{E}}$;
2) $\ker(\phi)$ e $\mathrm{Im}(\phi)$;
3) se ϕ è iniettiva, suriettiva, isomorfismo (motivazioni NELLO SVOLGIMENTO) ;
4) gli autovalori di ϕ e le relative molteplicità;
5) una base per ogni autospazio di ϕ;
6) (verificare NELLO SVOLGIMENTO) che ϕ è semplice ;
7) una base $\mathcal{B}$ di $\mathbb{R}^4$ costituita da autovettori di ϕ ;
8) la matrice $M_\phi^{\mathcal{B},\mathcal{B}}$;
$9 - L$) (verificare NELLO SVOLGIMENTO) che ϕ è autoaggiunto;
$10 - L$) una base ortonormale $\mathcal{C}$ di $\mathbb{R}^4$ costituita da autovettori di ϕ.

N.B. Le domande contrassegnate con "L" sono solo per gli studenti del corso Landi.

RISPOSTE

---

1) $M_\phi^{\mathcal{E},\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \\ \quad \end{pmatrix}$ 2) $\ker(\phi) =$ $\mathrm{Im}(\phi) =$ 3) *iniettiva* : *suriettiva* : *isomorfismo* :

---

4) 5)

---

6) (nello svolgimento) 7) $\mathcal{B} = \Big(\qquad \Big)$

---

8) $M_\phi^{\mathcal{B},\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \\ \quad \end{pmatrix}$ $9 - L$ (nello svolgim.)

$10 - L$) $\mathcal{C} = \Big(\qquad \Big)$

COGNOME ....NOME ....

CORSO: *(barrare la casella corrispondente)* ☐ **Landi** ☐ **Brundu**

PROVA SCRITTA di GEOMETRIA
PARTE B

6 settembre 2010

Nello spazio affine euclideo $\mathbb{E}^3$ si considerino i piani π_1 e π_2 e il punto P dati da

$$\pi_1 :\ x - y + z = 0, \quad \pi_2 :\ 2x + y - z = 0, \quad P = (3, 3, 3).$$

Determinare:
1) l'equazione <u>*vettoriale*</u> della retta $r = \pi_1 \cap \pi_2$;
2) l'equazione <u>*vettoriale*</u> della retta s passante per P e parallela sia a π_1 che a π_2;
3) i punti P_1 e P_2 che sono le proiezioni ortogonali di P su π_1 e su π_2, rispettivamente;
4) l'equazione <u>*vettoriale*</u> della retta s_1, proiezione ortogonale di s su π_1;
5) l'equazione <u>*vettoriale*</u> della retta s_2, proiezione ortogonale di s su π_2;
6) che le rette s_1 ed s_2 trovate precedentemente sono parallele (NELLO SVOLGIMENTO);
$7 - B$) la distanza della retta s da π_1;
$8 - B$) la distanza della retta s da π_2.

N.B. Le domande contrassegnate con "B" sono solo per gli studenti del corso Brundu.

RISPOSTE

---

1) $r :\ (x, y, z) =$ 2) $s :\ (x, y, z) =$

---

3) $\begin{cases} P_1 = \\ \\ P_2 = \end{cases}$ 4) $s_1 :\ (x, y, z) =$ 5) $s_2 :\ (x, y, z) =$

---

6) (nello svolgimento) $7 - B)\ d(s, \pi_1) =$ $8 - B)\ d(s, \pi_2) =$
