

COGNOME NOME

CORSO DI LAUREA

PROVA SCRITTA di GEOMETRIA e ALGEBRA LINEARE ED ELEM. GEOM.

PARTE A

30 gennaio 2009

Si consideri l'applicazione lineare $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ definita da:

$$f((x, y, z)) = (x - y, -x + y, 2z).$$

Determinare:

- 1) la matrice $A = M_f^{\mathcal{E}, \mathcal{E}}$;
- 2) $\ker(f)$ e una sua base;
- 3) $\text{Im}(f)$ e una sua base;
- 4) una base per il sottospazio $\text{Im}(f)^\perp$ di \mathbb{R}^3 e provare (**nello svolgimento**) che $\text{Im}(f)^\perp \oplus \text{Im}(f) = \mathbb{R}^3$;
- 5 la controimmagine $f^{-1}((1, -1, 2))$;
- 6) gli autovalori di f con le relative molteplicità;
- 7) gli autospazi di f ed una base di ognuno di essi;
- 8) se f è semplice (**motivare nello svolgimento**);
- 9*) se f è autoaggiunto (**motivare nello svolgimento**);
- 10*) la matrice ORTOGONALE che diagonalizza A .

*Le domande con * sono per gli studenti del prof. Landi.*

RISPOSTE

1)

2)

3)

4)

5)

6)

7)

8)

9*)

10*)
