

COGNOME ..... NOME .....

CORSO DI LAUREA .....

PROVA SCRITTA di GEOMETRIA e ALGEBRA LINEARE ED ELEM. GEOM.  
PARTE A

26 maggio 2009

Si consideri l'endomorfismo  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  definito da:

$$f((x, y, z)) = \left( -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}y, \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}y, -z \right).$$

Determinare:

1) la matrice  $A = M_f^{\mathcal{E}, \mathcal{E}}$ ;

2) una base di  $\ker(f)$ ;

3) una base di  $\text{Im}(f)$ ;

4) gli autovalori di  $f$  con le relative molteplicità;

5) gli autospazi di  $f$  ed una base di ognuno di essi.

Provare inoltre che (**motivando SOLO nello svolgimento**):

6)  $\ker(f)$  e  $\text{Im}(f)$  sono ortogonali;

7)  $\text{Im}(f)$  coincide con un autospazio;

8\*) l'endomorfismo  $f$  è semplice e autoaggiunto.

La domanda con \* è per gli studenti del prof. Landi.

RISPOSTE

---

1)

2)

3)

---

4)

5)

---

6) nello svolgimento

7) nello svolgimento

8\*) nello svolgimento

---