COGNOME .... NOME ....

CORSO DI LAUREA ....

PROVA SCRITTA di GEOMETRIA e ALGEBRA LINEARE ED ELEM. GEOM. PARTE A

17 giugno 2009

Data la base $\mathcal{B} = (v_1, v_2, v_3)$ di $\mathbb{R}^3$, dove

$$v_1 = (1,1,0), \quad v_2 = (1,-1,0), \quad v_3 = (1,-1,1),$$

si consideri l'endomorfismo $\phi : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ definito da:

$$\phi(v_1) = (0,0,0)_{\mathcal{B}}, \quad \phi(v_2) = (0,2,0)_{\mathcal{B}}, \quad \phi(v_3) = (0,0,2)_{\mathcal{B}}.$$

Posta $\mathcal{E}$ la base canonica di $\mathbb{R}^3$, determinare:
1) la matrice $M_\phi^{\mathcal{B},\mathcal{B}}$;
2) la matrice di cambio di base $M^{\mathcal{B},\mathcal{E}}$;
3) la matrice di cambio di base $M^{\mathcal{E},\mathcal{B}}$;
4) la matrice $M_\phi^{\mathcal{E},\mathcal{E}}$;
5) una base di $\ker(f)$, i cui vettori siano espressi sulla base $\mathcal{E}$;
6) una base di $\mathrm{Im}(f)$, i cui vettori siano espressi sulla base $\mathcal{E}$;
7) gli autovalori di ϕ, con relativa molteplicità, e i corrispondenti autospazi;
8) se ϕ è un endomorfismo semplice (**motivare nello svolgimento**).

RISPOSTE

---

1) $\begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}$

---

5) 6)

---

7) 8) (svolgimento)
