

COGNOME NOME

CORSO DI LAUREA

Prova scritta di
GEOMETRIA e ALGEBRA LINEARE ED ELEM. GEOM.
22 gennaio 2008

Esercizio A

Sia $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ l'endomorfismo definito da:

$$f((x, y, z)) = (x - y - 3z, 2x - 2y - 9z, z)$$

e sia \mathcal{E} la base canonica di \mathbb{R}^3 . Determinare:

- 1) la matrice $M_f^{\mathcal{E}, \mathcal{E}}$;
- 2) una base di $\ker(f)$;
- 3) una base di $\text{Im}(f)$;
- 4) gli autovalori di f con relative molteplicità;
- 5) una base per ogni autospazio di f ;
- 6) se f è semplice (motivare nello svolgimento);
- 7) una base \mathcal{B} di \mathbb{R}^3 (se esiste) costituita da autovettori di f e la matrice di cambio di base $M^{\mathcal{B}, \mathcal{E}}$;
- 8) se $\ker(f) + \text{Im}(f)$ è somma diretta di sottospazi di \mathbb{R}^3 (motivare nello svolgimento).

RISPOSTE

1)

2)

3)

4)

5)

6)

7)

8)
