

COGNOME NOME

CORSO DI LAUREA

Primo test di
GEOMETRIA e ALGEBRA LINEARE ED ELEMENTI DI GEOMETRIA

19 novembre 2007

A) Risolvere, con il metodo di riduzione, il seguente sistema lineare

$$\Sigma : \begin{cases} x + 2z + t & = 0 \\ x + 2y & = 0 \\ x - 2y + 4z + 2t & = 0 \\ x + 4y - 2z - t & = 0 \end{cases}$$

determinando lo spazio S_Σ delle soluzioni ed una sua base.

B) Verificare, usando il metodo di riduzione, che $\mathcal{B} = (v_1, v_2, v_3, v_4)$ è una base di \mathbb{R}^4 , dove:

$$v_1 = (1, 1, 0, 0), \quad v_2 = (1, 0, 1, 0), \quad v_3 = (1, 0, 0, 1), \quad v_4 = (0, 1, 1, 1).$$

C) Sia $f : \mathbb{R}^4 \longrightarrow \mathbb{R}^4$ l'applicazione lineare definita da:

$$f((x, y, z, t)) = (x + 2z + t, x + 2y, x - 2y + 4z + 2t, x + 4y - 2z - t).$$

Posta \mathcal{E} la base canonica di \mathbb{R}^4 , determinare, utilizzando anche gli esercizi (A) e (B):

- 1) la matrice $M_f^{\mathcal{E}, \mathcal{E}}$;
 - 2) $\ker(f)$ e una sua base;
 - 3) $\text{Im}(f)$ e una sua base;
 - 4) la matrice $M_f^{\mathcal{B}, \mathcal{E}}$;
 - 5) se $\ker(f) + \text{Im}(f)$ è somma diretta.
-