

COGNOME NOME
CORSO DI LAUREA

Prova scritta di
GEOMETRIA e ALGEBRA LINEARE ED ELEM. GEOM.
17 giugno 2008

Esercizio A

Sia $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare definita da:

$$f((x, y, z)) = (x + y + z, y + 2z, -x + z).$$

Siano dati inoltre i vettori di \mathbb{R}^3 :

$$v_1 = (1, 1, 0), v_2 = (0, 0, 1), v_3 = (0, 1, 1)$$

e sia \mathcal{E} la base canonica di \mathbb{R}^3 . Determinare:

- 1) la matrice $M_f^{\mathcal{E}, \mathcal{E}}$;
- 2) una base di $\ker(f)$;
- 3) una base di $\text{Im}(f)$;
- 4) se $\mathcal{B} = (v_1, v_2, v_3)$ è una base di \mathbb{R}^3 (verifica nello svolgimento);
- 5) la matrice $M_f^{\mathcal{B}, \mathcal{E}}$;
- 6) $f(v_1 + v_2)$;
- 7) la controimmagine $f^{-1}(2, 1, 0)$.

Nota. Tutti i sistemi lineari devono essere risolti col metodo di riduzione.

RISPOSTE

1)

2)

3)

4) (svolg) 5)

6)

7)
