

COGNOME NOME

CORSO DI LAUREA

Prova scritta di
GEOMETRIA e ALGEBRA LINEARE ED ELEM. GEOM.
8 settembre 2008

Esercizio A

Dato il sistema lineare omogeneo

$$\Sigma: \begin{cases} -x + y - z = 0 \\ x + y - z = 0 \\ 2y - 2z = 0 \end{cases}$$

determinare:

1) lo spazio delle soluzioni S_Σ (con il metodo della riduzione di matrici);

2) una base di S_Σ .

Posta $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare definita dalle equazioni di Σ , cioè:

$$f((x, y, z)) = (-x + y - z, x + y - z, 2y - 2z)$$

determinare:

3) la matrice $M_f^{\mathcal{E}, \mathcal{E}}$, dove \mathcal{E} denota la base canonica di \mathbb{R}^3 ;

4) $\ker(f)$ e una sua base;

5) una base di $\text{Im}(f)$;

6) gli autovalori di f con relative molteplicità;

7) una base per ogni autospazio di f ;

8) se f è un automorfismo semplice.

RISPOSTE

1)

2)

3)

4)

5)

6)

7)

8)

(motivare nello
svolgimento)
