COGNOME .... NOME ....

CORSO DI LAUREA ....

Primo test di
GEOMETRIA e ALGEBRA LINEARE ED ELEMENTI DI GEOMETRIA

20 novembre 2006

A) Risolvere, con il metodo di riduzione, il seguente sistema lineare

$$\Sigma : \quad \begin{cases} x - y - z + t & = 0 \\ y + z & = 0 \\ x + y + z + t & = 0 \\ x - 3y - 3z + t & = 0 \end{cases}$$

determinando lo spazio S_Σ delle soluzioni ed una sua base.

B) Verificare, usando il metodo di riduzione, che $\mathcal{B} = (v_1, v_2, v_3, v_4)$ è una base di $\mathbb{R}^4$, dove:

$$v_1 = (1, 1, 1, 0), \quad v_2 = (1, 1, 0, 1), \quad v_3 = (1, 0, 1, 1,), \quad v_4 = (0, 1, 1, 1,).$$

C) Sia $f : \mathbb{R}^4 \longrightarrow \mathbb{R}^4$ l'applicazione lineare definita da:

$$f((x, y, z, t)) = (x - y - z + t, y + z, x + y + z + t, x - 3y - 3z + t).$$

Posta $\mathcal{E}$ la base canonica di $\mathbb{R}^4$, determinare, utilizzando anche gli esercizi (A) e (B):

1) la matrice $M_f^{\mathcal{E},\mathcal{E}}$;
2) $\ker(f)$ e una sua base;
3) $\mathrm{Im}(f)$ e una sua base;
4) la matrice $M_f^{\mathcal{B},\mathcal{E}}$;
5) se $\ker(f) + \mathrm{Im}(f)$ è somma diretta.