COGNOME .... NOME ....

CORSO DI LAUREA ....

Prova scritta di
GEOMETRIA e ALGEBRA LINEARE ED ELEM. GEOM.

giugno 2007

Esercizio A

Sia $f : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare definita da:

$$f((x, y, z, t)) = (x + y + z + t, y + 2z + t, -x + z).$$

Siano dati inoltre i vettori di $\mathbb{R}^4$:

$$v_1 = (1, 1, 0, 0),\ v_2 = (0, 0, 1, 1),\ v_3 = (0, 1, 1, 0),\ v_4 = (0, 2, 1, 0)$$

e siano $\mathcal{E}_3$ ed $\mathcal{E}_4$ le due basi canoniche di $\mathbb{R}^3$ e $\mathbb{R}^4$, rispettivamente Determinare:
1) la matrice $M_f^{\mathcal{E}_4, \mathcal{E}_3}$;
2) una base di $\ker(f)$;
3) una base di $\mathrm{Im}(f)$;
4) se $\mathcal{B} = (v_1, v_2, v_3, v_4)$ è una base di $\mathbb{R}^4$ (verifica nello svolgimento);
5) la matrice $M_f^{\mathcal{B}, \mathcal{E}_3}$;
6) $f(v_1 + v_2)$;
7) la controimmagine $f^{-1}(2, 1, 0)$.

Nota. Tutti i sistemi lineari devono essere risolti col metodo di riduzione.

RISPOSTE

---

1) 2) 3)

---

4) (svolg) 5) 6) 7)
