

COGNOME ..... NOME .....

CORSO DI LAUREA .....

Prova scritta di  
GEOMETRIA e ALGEBRA LINEARE ED ELEM. GEOM.

5 giugno 2006

Esercizio A

Sia  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  l'applicazione lineare definita da:

$$f((x, y, z)) = (x + z, x + 2y + z, x + y + z).$$

Sia  $\mathcal{E}$  la base canonica di  $\mathbb{R}^3$  e sia inoltre  $\mathcal{B} = (v_1, v_2, v_3)$ , dove  $v_1 = (1, 1, 0)$ ,  $v_2 = (1, 0, 1)$ ,  $v_3 = (0, 1, 1)$ , un'altra base di  $\mathbb{R}^3$ .

Determinare:

- 1) la matrice  $M_f^{\mathcal{E}, \mathcal{E}}$ ;
- 2) una base di  $\ker(f)$ ;
- 3) una base di  $\text{Im}(f)$ ;
- 4) l'intersezione  $\ker(f) \cap \text{Im}(f)$  e dire se  $\ker(f) + \text{Im}(f)$  è somma diretta di sottospazi (motivare all'interno);
- 5) la matrice  $M_f^{\mathcal{B}, \mathcal{E}}$ ;
- 6)  $f(v_1 + v_2 + v_3)$ .

RISPOSTE

---

1)

2)

---

3)

---

4)

5)

6)

---