

COGNOME NOME
CORSO DI LAUREA

Prova scritta di GEOMETRIA
23 gennaio 2006

I. Sia $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare definita da: $f(x, y, z) = (-x + y, x - y, x + y + 2z)$. Determinare:

- 1) la matrice $M_f^{\mathcal{E}, \mathcal{E}}$, dove \mathcal{E} è la base canonica di \mathbb{R}^3 ;
- 2) una base di $\ker(f)$;
- 3) una base di $\text{Im}(f)$.
- 4) la controimmagine del vettore $v = (1, -1, 0)$;
- 5) con il metodo degli scarti successivi, se $\mathcal{B} = ((1, 1, -1), (-1, 1, 0), (0, 0, 1))$ è una base di \mathbb{R}^3 ;
- 6) la matrice $M_f^{\mathcal{B}, \mathcal{E}}$;

N.B. Le seguenti domande sono solo per gli studenti del CORSO LANDI.

- 7) gli autovalori di f ;
- 8) se f è semplice (motivare nello svolgimento).

II. Nello spazio affine euclideo E^3 siano date le due rette

$$r : (x, y, z) = (0, -1, 0) + t(1, 2, 1), \quad r' : \begin{cases} x - z = 0 \\ 2x - y - 7 = 0 \end{cases} .$$

Determinare:

- 9) la posizione reciproca di r ed r' ;
- 10) l'equazione cartesiana del piano α contenente r ed r' ;
- 11) il fascio \mathcal{F} di piani ortogonali ad r ed r' ;
- 12) il piano $\pi \in \mathcal{F}$ passante per $P = (1, 0, 3)$;
- 13) i punti di intersezione di π con r ed r' ;
- 14) la distanza tra r ed r' .

N.B. Gli studenti del CORSO LANDI devono rispondere a 4 fra le precedenti domande.

RISPOSTE

1) 2)

3) 4) 5) (nello svolgimento)

6) 7) 8)

9) 10) 11)

12) 13) 14)
