

COGNOME NOME

CORSO DI LAUREA

Prova scritta di
GEOMETRIA e ALGEBRA LINEARE ED ELEM. GEOM.
19 giugno 2006

Esercizio A

Sia \mathcal{E}_2 (risp. \mathcal{E}_3) la base canonica di \mathbb{R}^2 (risp. \mathbb{R}^3). Sia $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare associata alla matrice:

$$A = M_f^{\mathcal{E}_2, \mathcal{E}_3} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Siano inoltre $\mathcal{B} = (v_1, v_2)$, dove $v_1 = (1, 2), v_2 = (2, 1)$, e $\mathcal{C} = (w_1, w_2, w_3)$, dove $w_1 = (1, 1, 0), w_2 = (1, 0, 1), w_3 = (0, 1, 1)$ altre due basi di \mathbb{R}^2 e di \mathbb{R}^3 , rispettivamente. Determinare:

- 1) le equazioni di f ;
- 2) se f è iniettiva, suriettiva, isomorfismo;
- 3) una base di $\ker(f)$;
- 4) una base di $\text{Im}(f)$;
- 5) la matrice $M_f^{\mathcal{B}, \mathcal{E}_3}$;
- 6) la matrice $M_f^{\mathcal{E}_2, \mathcal{C}}$;
- 7) $f^{-1}(w)$ espresso in base \mathcal{B} , dove $w = (1, 1, 1)$.

RISPOSTE

- | | | | |
|----|----|----------------------|------------------------|
| 1) | 2) | <i>iniettiva</i> : | |
| | | <i>suriettiva</i> : | (motivare all'interno) |
| | | <i>isomorfismo</i> : | |
-

- | | |
|----|----|
| 3) | 4) |
|----|----|
-

- | | | |
|----|----|----|
| 5) | 6) | 7) |
|----|----|----|
-