COGNOME .... NOME ....

CORSO DI LAUREA ....

Prova scritta di
GEOMETRIA e ALGEBRA LINEARE ED ELEM. GEOM.

31 gennaio 2005

Esercizio A

Sia $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare associata alla matrice:

$$A = M_f^{\mathcal{E},\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -1 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & 4 \end{pmatrix}$$

dove $\mathcal{E} = (e_1, e_2, e_3)$ è la base canonica di $\mathbb{R}^3$. Determinare:
1) le immagini dei vettori della base canonica, cioè $f(e_1), f(e_2), f(e_3)$;
2) una base di $\ker(f)$;
3) una base di $\mathrm{Im}(f)$;
4) la controimmagine del vettore $w = (1, 1, 2)$, CON IL METODO DELLA RIDUZIONE;
5) CON IL METODO DELLA RIDUZIONE che $\mathcal{B} = (v_1, v_2, v_3)$ è una base di $\mathbb{R}^3$, dove $v_1 = (1, 1, -1), v_2 = (-1, 1, 0), v_3 = (0, 0, 1)$;
6) le immagini dei vettori della base $\mathcal{B}$, cioè $f(v_1), f(v_2), f(v_3)$;
7) la matrice $M_f^{\mathcal{B},\mathcal{E}}$.

Le seguenti domande sono riservate agli studenti del prof. Landi:
8) gli autovalori di f con relative molteplicità;
9) gli autospazi di f e relative basi.

Esercizio B

Nello spazio affine euclideo E^3 si considerino la retta r ed il punto P:

$$r : \begin{cases} x - y + 4 = 0 \\ 2x - z + 4 = 0 \end{cases}, \qquad P = (1, -1, 0).$$

Determinare:
1) l'equazione cartesiana del piano π contenente r e P;
2) l'equazione cartesiana del piano σ ortogonale ad r e passante per P;

Le seguenti domande sono riservate agli studenti dei prof. Brundu e Sacchiero.

3) l'equazione parametrica della retta s passante per P, ortogonale ed incidente r;
4) il punto $H = r \cap s$;
5) la distanza di P da r;
6) un punto $Q \in r$ tale che il triangolo di vertici P, H, Q abbia area 9.