

COGNOMENOME
 CORSO DI LAUREA

Prova Scritta di GEOMETRIA e di
 ALGEBRA LINEARE ED ELEM. DI GEOMETRIA

12 settembre 2005

I. Si considerino in \mathbb{R}^3 i tre vettori

$$v_1 = (0, 2, 1), \quad v_2 = (1, -1, 1), \quad v_3 = (1, 0, 1)$$

e l'applicazione lineare $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ definita da

$$f(v_1) = v_1 - v_3, \quad f(v_2) = v_2 + v_3, \quad f(v_3) = v_1 + v_2.$$

Determinare:

- 1) se $\mathcal{B} = (v_1, v_2, v_3)$ è una base di \mathbb{R}^3 (motivare all'interno);
- 2) la matrice $M_f^{\mathcal{B}, \mathcal{B}}$;
- 3) la matrice $M_f^{\mathcal{B}, \mathcal{E}}$;
- 4) una base di $\ker(f)$ espressa rispetto alla base \mathcal{B} ;
- 5) una base di $\text{Im}(f)$;
- 6) il vettore $f(v_1 + v_2 + v_3)$;
- 7) $f^{-1}((0, 2, 1))$.

II. Nello spazio euclideo siano date le rette r ed s e il punto P , dove:

$$r : (x, y, z) = (0, 1 + t, 1 + t), \quad s : (x, y, z) = (h, h, 1), \quad P = (2, 1, 1).$$

Determinare:

- 8) l'equazione cartesiana del piano π contenente r e passante per P ;
- 9) l'equazione cartesiana del piano σ contenente r e ortogonale al piano π ;
- 10) i punti $A, B \in s$ equidistanti da π e σ ;
- 11) l'equazione parametrica del piano τ individuato da A, B, P .

RISPOSTE

1)

2)

3)

4)

5)

6)

7)

8)

9)

10)

11)