

COGNOME .....NOME .....

CORSO DI LAUREA .....

Prova scritta di  
GEOMETRIA e ALGEBRA LINEARE ED ELEM. GEOM.  
29 gennaio 2004

---

Esercizio A

Sia  $\mathcal{E} = (e_1, e_2, e_3)$  la base canonica di  $\mathbb{R}^3$  e sia  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  l'applicazione lineare definita da:

$$f(e_1) = (1, -1, 1), \quad f(e_2) = (-1, 1, 1), \quad f(e_3) = (0, 0, 2).$$

Determinare:

- 1) la matrice  $M_f^{\mathcal{E}, \mathcal{E}}$ ;
- 2) una base di  $\ker(f)$ ;
- 3) una base di  $\text{Im}(f)$ ;
- 4) la controimmagine del vettore  $v = (1, -1, 0)$ ;
- 5) se  $\ker(f) + \text{Im}(f)$  è somma diretta (scrivere solo sì o no, motivando nello svolgimento);
- 6) la matrice  $M_f^{\mathcal{B}, \mathcal{E}}$ , dove  $\mathcal{B}$  è la base di  $\mathbb{R}^3$  data da  $\mathcal{B} = ((1, 1, -1), (-1, 1, 0), (0, 0, 1))$ ;

*La seguente domanda è riservata agli studenti del prof. Landi:*

- 7) gli autovalori di  $f$  con relative molteplicità.
- 

Esercizio B

Nello spazio affine euclideo  $E^3$  siano date le due rette:

$$r : \begin{cases} y + z + 1 = 0 \\ 2x - y - z - 1 = 0 \end{cases}, \quad s : \begin{cases} x + y + z + 1 = 0 \\ y - z - 1 = 0 \end{cases}$$

Determinare:

- 1) le equazioni parametriche di  $r$  ed  $s$ ;
- 2) se  $r$  ed  $s$  sono parallele;
- 3) se  $r$  ed  $s$  sono ortogonali;
- 4) se  $r$  ed  $s$  sono incidenti (e in tal caso determinarne l'intersezione);
- 5) il piano  $\pi$  contenente  $r$  ed  $s$ ;
- 6) l'equazione parametrica della retta  $l$  ortogonale ed incidente sia  $r$  sia  $s$ ;
- 7) i punti di  $l$  la cui distanza da  $\pi$  sia  $\sqrt{3}$ ;

*La seguente domanda è riservata agli studenti dei prof. Brundu e Sacchiero.*

- 8) Determinare i piani la cui distanza da  $\pi$  sia  $\sqrt{3}$ .