

COGNOME .....NOME .....

CORSO DI LAUREA .....

Prova scritta di  
GEOMETRIA e ALGEBRA LINEARE ED ELEM. GEOM.  
21 giugno 2004

---

Esercizio A

Sia  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  l'applicazione lineare definita da:

$$f((x, y, z)) = (2x - 2y, x - y, 2z).$$

Posta  $\mathcal{E}$  la base canonica di  $\mathbb{R}^3$ , determinare:

- 1) la matrice  $M_f^{\mathcal{E}, \mathcal{E}}$ ;
- 2) una base di  $\ker(f)$ ;
- 3) una base di  $\text{Im}(f)$ ;
- 4) l'immagine del vettore  $(2, 1, 1)$ ;
- 5) la controimmagine del vettore  $(2, 1, 2)$ .

*Le seguenti domande sono riservate agli studenti del prof. Landi:*

- 6) gli autovalori di  $f$  con relative molteplicità;
  - 7) gli autospazi di  $f$ .
- 

Esercizio B (corsi Brundu e Sacchiero)

Nello spazio affine euclideo  $E^3$  sia dato il fascio di piani:

$$\mathcal{F} : \lambda(x - 2) + \mu y = 0.$$

Determinare:

- 1) l'equazione parametrica della retta  $s$  sostegno di  $\mathcal{F}$ ;
  - 2) le equazioni cartesiane dei piani  $\pi_1$  e  $\pi_2$  di  $\mathcal{F}$  aventi distanza  $\sqrt{2}$  dall'origine  $O = (0, 0, 0)$ ;
  - 3) le equazioni parametriche delle rette  $r_1$  ed  $r_2$  passanti per  $O$  ed ortogonali a  $\pi_1$  e  $\pi_2$ , rispettivamente;
  - 4) i punti  $A_1 \in \pi_1$  e  $A_2 \in \pi_2$ , proiezioni ortogonali di  $O$  su  $\pi_1$  e  $\pi_2$ , rispettivamente;
  - 5) la posizione reciproca delle rette  $r_1$  ed  $r_2$ ;
  - 6) l'area del triangolo di vertici  $O, A_1, A_2$ , utilizzando la risposta precedente.
- 

Esercizio B (corso Landi)

Nello spazio affine euclideo  $E^3$  siano date le due rette:

$$r : \begin{cases} x + z + 1 = 0 \\ x - 2y + z + 1 = 0 \end{cases}, \quad s : \begin{cases} x + y + z - 1 = 0 \\ x + z = 0 \end{cases}$$

Determinare:

- 1) le equazioni parametriche di  $r$  ed  $s$ ;
- 2) la posizione reciproca di  $r$  ed  $s$ ;
- 3) il piano  $\pi$  contenente  $r$  ed  $s$ ;
- 4) l'equazione parametrica della retta  $l$  passante per il punto  $P = (1, 2, 0)$  e ortogonale ed incidente  $r$ .