

COGNOMENOME

CORSO DI LAUREA

Prova scritta di
GEOMETRIA e ALGEBRA LINEARE ED ELEM. GEOM.
9 settembre 2004

Esercizio A

Dato il sistema lineare omogeneo

$$\Sigma : \begin{cases} -x + y - z = 0 \\ -x + y + z = 0 \\ -2x + 2y = 0 \end{cases}$$

determinare:

1) lo spazio delle soluzioni S_Σ (con il metodo della riduzione di matrici);

2) una base di S_Σ .

Posta $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare definita dalle equazioni di Σ , cioè:

$$f((x, y, z)) = (-x + y - z, -x + y + z, -2x + 2y)$$

determinare:

3) la matrice $M_f^{\mathcal{E}, \mathcal{E}}$, dove \mathcal{E} denota la base canonica di \mathbb{R}^3 ;

4) $\ker(f)$ e una sua base;

5) una base di $\text{Im}(f)$.

Le seguenti domande sono riservate agli studenti del prof. Landi:

6) gli autovalori di f con relative molteplicità;

7) gli autospazi di f .

Esercizio B (corsi Brundu e Sacchiero)

Nel piano affine euclideo E^2 siano dati i 3 punti $P = (3, 1)$, $A = (1, 3)$ e $B = (5, 3)$ ed il fascio di rette \mathcal{F} di centro il punto P . Determinare:

1) l'equazione del fascio \mathcal{F} ;

2) l'equazione cartesiana della retta $r \in \mathcal{F}$ passante per A ;

3) l'equazione cartesiana della retta $s \in \mathcal{F}$ passante per B ;

4) le equazioni cartesiane delle rette r' , parallela ad r e passante per B , ed s' , parallela ad s e passante per A ;

5) il punto C , quarto vertice del parallelogramma di vertici P, A, B ;

6) l'area del parallelogramma P, A, B, C ;

7) se le diagonali del parallelogramma P, A, B, C sono tra loro ortogonali.

Esercizio B (corso Landi)

Nello spazio affine euclideo E^3 siano date le due rette:

$$r : \begin{cases} x + y + 1 = 0 \\ x + y - 2z + 1 = 0 \end{cases}, \quad s : \begin{cases} x + y + z - 1 = 0 \\ x + y = 0 \end{cases}$$

Determinare:

1) le equazioni parametriche di r ed s ;

2) la posizione reciproca di r ed s ;

3) l'equazione cartesiana del piano π contenente r ed s ;

4) l'equazione parametrica della retta l passante per il punto $P = (1, 0, 2)$ e ortogonale ed incidente r .