

COGNOME .....NOME .....  
CORSO DI LAUREA .....

Prova scritta di  
GEOMETRIA e ALGEBRA LINEARE ED ELEM. GEOM.  
7 giugno 2004

---

Esercizio A

Sia  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  l'applicazione lineare definita da:

$$f((x, y, z)) = (x - z, y + z, x + y).$$

Sia  $\mathcal{E}$  la base canonica di  $\mathbb{R}^3$  e  $\mathcal{B}$  la base di  $\mathbb{R}^3$  data da  $\mathcal{B} = ((1, 1, -1), (-1, 1, 0), (0, 0, 1))$ .

Determinare:

- 1) la matrice  $M_f^{\mathcal{E}, \mathcal{E}}$ ;
- 2) una base di  $\ker(f)$ ;
- 3) una base di  $\text{Im}(f)$ ;
- 4) le immagini dei vettori della base  $\mathcal{B}$ ;
- 5) la matrice  $M_f^{\mathcal{B}, \mathcal{E}}$ ;
- 6) la controimmagine del vettore  $(1, 1, 2)$ .

*La seguente domanda è riservata agli studenti del prof. Landi:*

- 7) gli autovalori di  $f$  con relative molteplicità.
- 

Esercizio B

Nello spazio affine euclideo  $E^3$  siano date le due rette:

$$r : \begin{cases} y + z + 1 = 0 \\ 2x - y - z - 1 = 0 \end{cases}, \quad s : \begin{cases} x + y + z - 1 = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$$

Determinare:

- 1) le equazioni parametriche di  $r$  ed  $s$ ;
- 2) se  $r$  ed  $s$  sono parallele;
- 3) se  $r$  ed  $s$  sono incidenti ;
- 4) il piano  $\pi$  contenente  $r$  ed  $s$  ;
- 5) l'equazione parametrica della retta  $l$  passante per il punto  $P = (2, 1, 0)$  e ortogonale ed incidente  $r$ ;
- 6) che  $l$  è ortogonale ed incidente anche alla retta  $s$ ;
- 7) i punti di intersezione di  $l$  con  $r$  ed  $s$ , rispettivamente (siano  $R = l \cap r$  ed  $S = l \cap s$ );
- 8) la distanza fra le rette  $r$  ed  $s$ .

*La seguente domanda è riservata agli studenti dei prof. Brundu e Sacchiero.*

- 9) Determinare il piano  $\sigma$  equidistante dalle rette  $r$  ed  $s$ .