COGNOME .... NOME ....

CORSO DI LAUREA ....

Prova Scritta di GEOMETRIA e di
ALGEBRA LINEARE ED ELEM. DI GEOMETRIA

30 gennaio 2003

I. Sia $f : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare definita da

$$f((x, y, z)) = (x + y, 2y, 2x)$$

e siano $\mathcal{E}$ la base canonica di $\mathbb{R}^3$ e $\mathcal{B}$ la base di $\mathbb{R}^3$ data da:

$$\mathcal{B} = ((1, 2, 0), (0, 1, 1), (1, 0, -1)).$$

Determinare:
1) la matrice $M_f^{\mathcal{E},\mathcal{E}}$;
2) una base di $\ker(f)$;
3) una base di $\mathrm{Im}(f)$;
4) la matrice $M^{\mathcal{B},\mathcal{E}}$ di cambio di base;
5) la matrice $M_f^{\mathcal{B},\mathcal{E}}$ associata all'applicazione lineare;
6) la controimmagine del vettore $(3, 4, 2)$.

---

domande solo per studenti del corso Landi
7) gli autovalori di f;
8) gli autospazi di f;
9) se f è semplice (motivare all'interno).

II. Siano date le rette dello spazio:

$$r : \ (x, y, z) = (1, 1, 2) + \lambda(1, 1, 0) \quad \text{e} \quad s : \ (x, y, z) = (-1, 1, 2) + \lambda(1, -1, 0)$$

ed il punto $R = (2, 2, 2) \in r$. Determinare:
10) il punto $A = r \cap s$;
11) l'equazione parametrica del piano π contenente r ed s;
12) l'equazione cartesiana del piano π;
13) l'equazione parametrica della retta t passante per A ed ortogonale a π;

---

domande solo per studenti dei corsi Brundu e Sacchiero
14) il punto $R' \in r$, simmetrico di R rispetto ad A;
15) i punti $S, S' \in s$ tali che R, S, R', S' siano i vertici di un quadrato;
16) il punto $T \in t$ vertice della piramide equilatera di base il quadrato R, S, R', S'.