

COGNOMENOME
CORSO DI LAUREA

Prova Scritta di GEOMETRIA e di
ALGEBRA LINEARE ED ELEM. DI GEOMETRIA

11 settembre 2003

I. Si considerino in \mathbb{R}^3 i tre vettori

$$v_1 = (2, 1, 0), \quad v_2 = (1, 1, 2), \quad v_3 = (1, 1, -1)$$

e l'applicazione lineare $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ definita da

$$f(v_1) = v_1 + 2v_3, \quad f(v_2) = v_1 + v_2 + v_3, \quad f(v_3) = -v_2 + v_3.$$

Determinare:

- 1) se $\mathcal{B} = (v_1, v_2, v_3)$ è una base di \mathbb{R}^3 (motivare all'interno);
- 2) la matrice $M_f^{\mathcal{B}, \mathcal{B}}$;
- 3) una base di $\ker(f)$ espressa rispetto alla base \mathcal{B} ;
- 4) una base di $\ker(f)$ espressa rispetto alla base canonica \mathcal{E} ;
- 5) $f((1, 3, 5)_{\mathcal{B}})$;
- 6) $f^{-1}((1, 0, 2)_{\mathcal{B}})$.

II. Nello spazio euclideo siano dati i piani π_1 e π_2 , la retta s e il punto P , dove:

$$\pi_1 : x + y - 2z + 1 = 0, \quad \pi_2 : x + y + z - 2 = 0, \quad s : (x, y, z) = (t, -t, 0), \quad P = (1, 1, 2).$$

Determinare:

- 7) la posizione reciproca dei piani π_1 e π_2 ;
- 8) l'equazione cartesiana della retta r , intersezione di π_1 e π_2 ;
- 9) l'equazione parametrica della retta r ;
- 10) la posizione reciproca delle rette r ed s ;
- 11) l'equazione cartesiana del piano σ contenente r ed s ;
- 12) se il punto P appartiene a σ o no (motivare all'interno).