

COGNOMENOME
CORSO DI LAUREA

Prova Scritta di GEOMETRIA e di
ALGEBRA LINEARE ED ELEM. DI GEOMETRIA

5 giugno 2003

I. Sia $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ l'applicazione lineare definita da

$$f((x, y)) = (-5x + 4y, -4x + 5y)$$

e siano \mathcal{E} la base canonica di \mathbb{R}^2 e \mathcal{B} la base di \mathbb{R}^2 data da: $\mathcal{B} = ((1, 2), (2, 1))$. Determinare:

- 1) la matrice $M_f^{\mathcal{E}, \mathcal{E}}$;
 - 2) se f è iniettiva, suriettiva, isomorfismo, invertibile;
 - 3) la matrice $M^{\mathcal{B}, \mathcal{E}}$ di cambio di base;
 - 4) la matrice $M^{\mathcal{E}, \mathcal{B}}$ di cambio di base;
 - 5) la matrice $M_f^{\mathcal{B}, \mathcal{B}}$ associata all'applicazione lineare;
 - 6) l'immagine del vettore $(1, 1)_{\mathcal{B}}$.
-

domande solo per studenti del corso Landi

- 7) gli autovalori di f ;
 - 8) gli autospazi di f .
-

II. Siano dati i due piani dello spazio:

$$\pi_1 : 5x - y - z = 0 \quad \text{e} \quad \pi_2 : x + y - z = 0$$

ed il punto $A = (0, -7, 0)$. Determinare:

- 9) l'equazione cartesiana della retta $r := \pi_1 \cap \pi_2$;
 - 10) l'equazione parametrica di r ;
 - 11) l'equazione cartesiana del piano σ ortogonale a π_1 e π_2 e passante per A ;
 - 12) il punto $B := r \cap \sigma$;
 - 13) l'equazione parametrica della retta s passante per A , ortogonale ed incidente r ;
-

domande solo per studenti dei corsi Brundu e Sacchiero

- 14) la distanza del punto A dalla retta r ;
- 15) il fascio di piani ortogonali a π_1 e π_2 .