

COGNOMENOME

CORSO DI LAUREA

7 gennaio 2003

Test finale di GEOMETRIA

I. Nello spazio affine euclideo E^3 siano dati la retta r ed il punto A :

$$r : (x, y, z) = (1, -1, 2) + t(0, 0, 1), \quad A = (-2, 3, 3).$$

Determinare:

- 1) il fascio \mathcal{G} di piani ortogonali ad r ;
- 2) il piano $\pi \in \mathcal{G}$ passante per A ;
- 3) il fascio \mathcal{F} di piani di sostegno r ;
- 4) il piano $\sigma \in \mathcal{F}$ passante per A ;
- 5) l'equazione cartesiana della retta s contenuta in π , passante per A ed incidente r ;
- 6) il punto B di intersezione di r con π ;
- 7) la distanza $d(A, r)$;
- 8) il punto $C \in r$ tale che $d(C, \pi) = d(A, r)$;
- 9) l'area del triangolo ABC ;
- 10) il punto $D \in \sigma$ tale che il quadrilatero di vertici $ABCD$ sia un quadrato.

Test finale di ALGEBRA LINEARE ED ELEM. DI GEOMETRIA

I. Sia $\varphi : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ l'automorfismo dato da $\varphi((x, y, z)) = (-x + y, 2x - 2y, 2x + y + z)$. Determinare:

- 1) la matrice $A = M_{\varphi}^{\mathcal{E}, \mathcal{E}}$, dove \mathcal{E} è la base canonica di \mathbb{R}^3 ;
- 2) gli autovalori di φ con relativa molteplicità;
- 3) gli autospazi di φ con relative basi;
- 4) la matrice diagonale Δ simile ad A ;
- 5) la matrice P tale che $P^{-1}AP = \Delta$.

II. Nello spazio R^3 siano date le due rette:

$$r : (x, y, z) = (1, 2, 0) + t(1, -1, 1), \quad r' : \begin{cases} x + y - 4 = 0 \\ y + z - 2 = 0 \end{cases}.$$

Determinare:

- 6) la posizione reciproca di r ed r' ;
- 7) l'equazione cartesiana del piano contenente r ed r' .