COGNOME ....NOME ....

CORSO DI LAUREA ....

Prova scritta di GEOMETRIA

24 gennaio 2002

I. Si consideri l'endomorfismo $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ definito da $f((x, y, z)) = (x+2y+z, -x-y+2z)$. Determinare:
1) la matrice $A := M_f^{\mathcal{E}_3,\mathcal{E}_2}$, dove $\mathcal{E}_3$ è la base canonica di $\mathbb{R}^3$ e $\mathcal{E}_2$ è la base canonica di $\mathbb{R}^2$;
2) una base di $\ker(f)$;
3) una base di $\mathrm{Im}(f)$;
4) la matrice $M^{\mathcal{B},\mathcal{E}_3}$, dove $\mathcal{B} = ((1, 1, 0),(1, 0, 1),(0, 1, 1))$ è una base di $\mathbb{R}^3$;
5) la matrice $M^{\mathcal{E}_2,\mathcal{C}}$, dove $\mathcal{C} = ((1, 1),(1, 2))$ è una base di $\mathbb{R}^2$;
6) la matrice $M_f^{\mathcal{B},\mathcal{C}}$;
7) la controimmagine del vettore $w = (3, 2)_{\mathcal{C}}$.

II. Nello spazio affine euclideo E^3 si considerino le tre rette per $V = (0, 0, 6)$ di equazioni:

$r : \ (x, y, z) = (0, 0, 6) + \lambda(1, 1, -6), \ s : \ (x, y, z) = (0, 0, 6) + \mu(3, 1, -6), \ t : \ (x, y, z) = (0, 0, 6) + \nu(1, 3, -6).$

Determinare:
8) i punti $R := r \cap \pi$, $S := s \cap \pi$, $T := t \cap \pi$, dove π è il piano coordinato xy;
9) l'equazione parametrica della retta l passante per S e T;
10) la distanza di R da l;
11) l'area del triangolo di vertici R, S, T;
12) il volume della piramide di vertici V, R, S, T.

RISPOSTE

---

1) 2) 3)

---

4) 5) 6)

---

7)

---

8)

---

9) 10) 11) 12)
