COGNOME ....NOME ....

CORSO DI LAUREA ....

Prova scritta di GEOMETRIA

20 giugno 2002

I. Si consideri l'endomorfismo $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ definito da $f((x, y, z)) = (x - 2y - 2z, 2x + 2y - z)$. Determinare:
1) la matrice $A := M_f^{\mathcal{E}_3,\mathcal{E}_2}$, dove $\mathcal{E}_3$ è la base canonica di $\mathbb{R}^3$ e $\mathcal{E}_2$ è la base canonica di $\mathbb{R}^2$;
2) una base di $\ker(f)$;
3) una base di $\mathrm{Im}(f)$;
4) la matrice $M^{\mathcal{E}_2,\mathcal{C}}$, dove $\mathcal{C} = ((1, 1), (1, -2))$ è una base di $\mathbb{R}^2$;
5) la matrice $M_f^{\mathcal{E}_3,\mathcal{C}}$;
6) la controimmagine del vettore $w = (0, 0)_{\mathcal{C}}$.

II. Nello spazio affine euclideo E^3 si considerino le due rette di equazioni:

$$r : \begin{cases} y - z - 3 = 0 \\ 2x + y - z - 5 = 0 \end{cases} \qquad r' : \begin{cases} y + z - 1 = 0 \\ x + y + z - 4 = 0 \end{cases} .$$

Determinare:
7) la posizione reciproca di r ed r' (incidenti, sghembe; parallele, ortogonali);
8) la giacitura delle rette ortogonali ad entrambe;
9) il fascio $\mathcal{F}$ dei piani paralleli ad entrambe;
10) i piani $\pi, \pi' \in \mathcal{F}$ contenenti, rispettivamente, le rette r ed r';
11) il piano $\sigma \in \mathcal{F}$ equidistante da r ed r'.

RISPOSTE

---

1) 2) 3)

---

4) 5) 6)

---

7) 8)

---

9) 10)

---

11)
