

COGNOMENOME

CORSO DI LAUREA

Prova scritta di GEOMETRIA

12 settembre 2002

I. Si consideri l'endomorfismo $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ definito da

$$f(v_1) = v_1 - v_3, \quad f(v_2) = 3v_2, \quad f(v_3) = v_1 + v_2$$

dove $\mathcal{B} = (v_1, v_2, v_3)$ è una base fissata di \mathbb{R}^3 . Determinare:

- 1) la matrice $M_f^{\mathcal{B}, \mathcal{B}}$;
- 2) se f è iniettiva, suriettiva, isomorfismo (motivare all'interno);
- 3) le radici del polinomio caratteristico di f e gli autovalori;
- 4) se f è semplice (motivare all'interno);
- 5) $M_{f^{-1}}^{\mathcal{B}, \mathcal{B}}$.

Dati $v_1 = (1, 1, 0)$, $v_2 = (0, 1, 1)$, $v_3 = (1, 0, 1)$, determinare:

- 6) $M_f^{\mathcal{B}, \mathcal{E}}$ dove \mathcal{E} è la base canonica di \mathbb{R}^3 .

II. Nel piano affine euclideo E^2 si considerino la retta r e il punto A dati da:

$$r : x - 2y = 0, \quad A = (4, -3).$$

Determinare:

- 7) l'equazione cartesiana della retta h passante per A e ortogonale ad r ;
- 8) il punto $H := h \cap r$;
- 9) la distanza $d(A, r)$ del punto A dalla retta r ;
- 10) i punti $B_1, B_2 \in r$ tali che le rette AB_1 ed AB_2 formino un angolo di $\pi/4$ con r ;
- 11) l'area Σ del triangolo di vertici A, B_1, B_2 .

Data la retta $r' : x - 2y + 10 = 0$, parallela ad r , determinare:

- 12) i punti $C_1, C_2 \in r'$ e simmetrici rispetto ad h tali che l'area del triangolo di vertici A, C_1, C_2 sia uguale a Σ .

RISPOSTE

1)

2)

3)

4)

5)

6)

7)

8)

9)

10)

11)

12)
