COGNOME ....NOME ....

CORSO DI LAUREA ....

Prova scritta di GEOMETRIA

9 gennaio 2002

I. Si consideri l'endomorfismo $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ associato alla matrice

$$A := M_f^{\mathcal{E},\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} -2 & 2 & -2 \\ 0 & 2 & 0 \\ 4 & -2 & 4 \end{pmatrix}$$

dove $\mathcal{E}$ è la base canonica di $\mathbb{R}^3$. Determinare:
1) autovalori di f con le relative molteplicità;
2) autospazi di f con relative basi;
3) se f è semplice (motivare all'interno);
4) la corrispondente matrice diagonale Δ, simile ad A;
5) la matrice P del cambio di base (cioè tale che $\Delta = P^{-1}AP$).

II. Nello spazio affine euclideo E^3 siano dati il piano e le due rette

$$\pi : \ x - y = 0; \quad r : \ (x, y, z) = (0, 0, 1) + t(1, 1, 2), \qquad s : \ (x, y, z) = (0, 2, 2) + \tau(-1, 1, 0).$$

Determinare:
6) la posizione reciproca (parallele, incidenti, sghembe; ortogonali o meno) di r ed s;
7) la posizione reciproca di r e π, con gli eventuali punti di intersezione;
8) la posizione reciproca di s e π, con gli eventuali punti di intersezione;
9) l'equazione parametrica della retta $l \subset \pi$, passante per $O = (0, 0, 0) \in \pi$ ed incidente r ed s;
10) l'equazione cartesiana della retta $l' \subset \pi$, incidente r ed s ed ortogonale ad r.

RISPOSTE

---

1) 2)

---

3) 4) 5)

---

6) 7)

---

8) 9)

---

10)
