COGNOME .....NOME .....

CORSO DI LAUREA .....

Prova scritta di GEOMETRIA

18 giugno 2001

I. Sia data la matrice di $\mathbb{R}^{3,3}$:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

Determinare:
1) gli autovalori di A con relative molteplicità;
2) le basi dei relativi autospazi;
3) la matrice diagonale Δ simile ad A;
4) la matrice P tale che $\Delta = P^{-1}AP$;
5) una base dello spazio delle soluzioni del sistema lineare omogeneo $\Sigma: \ AX = 0$.

Sia φ l'endomorfismo di $\mathbb{R}^3$ tale che $A = M_{\varphi}^{\mathcal{B},\mathcal{B}}$, dove $\mathcal{B} = ((2,1,0),(1,-2,0),(0,0,1))$ è una base di $\mathbb{R}^3$.
Determinare:
6) una base di $\ker(\varphi)$ i cui vettori siano espressi sulla base canonica;
7) una base di $\mathrm{Im}(\varphi)$ i cui vettori siano espressi sulla base canonica;
8) una base per ciascun autospazio di φ, i cui vettori siano espressi sulla base canonica.

II. Nello spazio euclideo E^3 si considerino il punto P e la retta r, dove:

$$P = (1,-1,2), \quad r: \ (x,y,z) = (t,2t,3t).$$

Determinare:
9) l'equazione cartesiana della stella di piani $\mathcal{S}$ di centro P;
10) l'equazione del fascio $\mathcal{F}$ costituito dai piani di $\mathcal{S}$ paralleli ad r;
11) l'equazione parametrica della retta s sostegno di $\mathcal{F}$;
12) l'equazione cartesiana del piano $\pi \in \mathcal{S}$ ortogonale ad r;
13) l'equazione parametrica della retta t passante per P ed ortogonale e incidente r;
14) l'equazione del fascio di piani $\mathcal{G}$ di sostegno la retta t;
15) l'equazione cartesiana dei piani comuni a $\mathcal{F}$ e $\mathcal{G}$.

RISPOSTE

---

1) 2) 3)

---

4) 5) 6)

---

7) 8)

---

9) 10)

11) 12) 13)

14) 15)