COGNOME .....NOME .....

CORSO DI LAUREA .....

Prova scritta di GEOMETRIA

15 febbraio 2001

I. Si consideri l'applicazione lineare $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ associata alla matrice

$$A := M_f^{\mathcal{E},\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

dove $\mathcal{E}$ è la base canonica di $\mathbb{R}^3$. Determinare:
1) gli autovalori di f;
2) gli autospazi di f;
3) se f è semplice
4) $(\ker f)^{\perp}$.

II. Si consideri il sistema lineare:

$$\Sigma_\lambda : \quad \begin{cases} x - z & = 1 \\ 2y + z & = -1 \\ x + 2y + \lambda z & = 0 \end{cases} .$$

5) Discutere le soluzioni del sistema Σ_λ al variare di $\lambda \in \mathbb{R}$;
6) determinare le soluzioni di Σ_1;
7) determinare le soluzioni di Σ_0.

III. Data la retta r di equazione

$$r : (x, y, z) = (1, 1, -1) + t(1, 0, -1)$$

determinare:
8) l'equazione cartesiana del fascio $\mathcal{F}_r$ di piani di sostegno r;
9) il piano $\pi \in \mathcal{F}_r$ passante per il punto $P = (1, 2, 1)$;
10) il piano $\sigma \in \mathcal{F}_r$ tale che $\sigma \perp \pi$;
11) i punti della retta $s : (x, y, z) = (0, 0, h)$ equidistanti da π e σ;
12) i piani bisettori del diedro formato da π e σ.

RISPOSTE

---

1) 2) 3)

---

4) 5)

---

6) 7)

---

8) 9) 10)

---

11) 12)