

COGNOMENOME

CORSO DI LAUREA

Prova scritta di GEOMETRIA

14 settembre 2000

I. Si considerino in \mathbb{R}^3 i tre vettori

$$v_1 = (1, 1, -1), \quad v_2 = (2, 1, 0), \quad v_3 = (1, 1, 2)$$

e l'applicazione lineare $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ definita da

$$f(v_1) = 2v_1, \quad f(v_2) = v_1 + v_2, \quad f(v_3) = v_2 + v_3.$$

Determinare:

- 1) se $\mathcal{B} = (v_1, v_2, v_3)$ è una base di \mathbb{R}^3 (motivare all'interno);
- 2) la matrice $M_f^{\mathcal{B}, \mathcal{B}}$;
- 3) la matrice $M_f^{\mathcal{B}, \mathcal{E}}$, dove \mathcal{E} è la base canonica di \mathbb{R}^3 ;
- 4) se f è un isomorfismo (motivare all'interno);
- 5) la matrice $M_{f^{-1}}^{\mathcal{B}, \mathcal{B}}$;
- 6) la matrice $M_{f^2}^{\mathcal{B}, \mathcal{B}}$, dove f^2 indica l'applicazione lineare $f \circ f$;
- 7) $f^{-1}(0, -1, -1)$;
- 8) se f è semplice.

II. Dati i piani π e σ e la retta r di equazioni

$$\pi : x - 2y + z + 2 = 0, \quad \sigma : x + y + z - 1 = 0, \quad r : (x, y, z) = (1, 0, -1) + t(1, -2, 1)$$

determinare:

- 9) la posizione reciproca di π e σ (se incidenti, specificare se ortogonali o no);
- 10) la posizione reciproca di π e r (se incidenti, specificare se ortogonali o no);
- 11) la posizione reciproca di σ e r (se incidenti, specificare se ortogonali o no);
- 12) l'equazione cartesiana del fascio \mathcal{F}_r di piani di sostegno r ;
- 13) l'equazione cartesiana del fascio \mathcal{G} di rette ottenuto intersecando \mathcal{F}_r con π ;
- 14) l'equazione cartesiana della retta l del fascio \mathcal{G} che sia parallela a σ ;
- 15) la distanza fra l e σ .

RISPOSTE

1) 2) 3) 4)

5) 6) 7) 8)

9) 10) 11)

12) 13)

14) 15)
