COGNOME .... NOME ....

CORSO DI LAUREA ....

Prova scritta di GEOMETRIA

11 gennaio 2000

I. Sia $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare definita da: $f(x, y, z) = (x - y, -x + y, x + y + 2z)$. Determinare:
1) la matrice $M_f^{\mathcal{E},\mathcal{E}}$, dove $\mathcal{E}$ è la base canonica di $\mathbb{R}^3$;
2) una base di $\ker(f)$;
3) una base di $\mathrm{Im}(f)$.
4) la controimmagine del vettore $v = (1, 1, 0)$;
5) la matrice $M_f^{\mathcal{B},\mathcal{E}}$, dove $\mathcal{B}$ è la base di $\mathbb{R}^3$ data da $\mathcal{B} = ((1, 1, -1), (-1, 1, 0), (0, 0, 1))$;
6) la matrice $M_f^{\mathcal{B},\mathcal{B}}$;
7) gli autovalori di f;
8) se f è semplice (motivare all'interno).

II. Nello spazio affine euclideo E^3 siano date le due rette

$$r : \ (x, y, z) = (1, 2, 0) + t(1, -1, 1), \qquad r' : \begin{cases} x + y - 4 = 0 \\ y + z - 2 = 0 \end{cases}.$$

Determinare:
9) la posizione reciproca di r ed r';
10) l'equazione cartesiana del piano π contenente r ed r';
11) il fascio di piani ortogonali ad r ed r';
12) il fascio di rette ortogonali ed incidenti sia r che r';
13) la distanza tra r ed r';
14) l'equazione parametrica della retta contenuta in π ed equidistante r ed r';
15) l'equazione cartesiana delle rette incidenti r ed r' e parallele al piano $\sigma : \ x = 0$.

RISPOSTE

---

1) 2) 3)

---

4) 5) 6) 7)

---

8) 9) 10)

---

11) 12)

---

13) 14)

---

15)
