

COGNOME ..... NOME .....

CORSO DI LAUREA .....

Prova scritta di GEOMETRIA

1 giugno 2000

I. Sia  $f : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  un endomorfismo tale che:  $\text{Im}(f) = \{(x, y, z, t) | x - y = z + t = 0\}$  e  $\text{ker}(f)$  sia ortogonale a  $\text{Im}(f)$ . Determinare:

1) una base  $\mathcal{B} = (v_1, v_2)$  di  $\text{Im}(f)$ ;

2) una base  $\mathcal{C}$  di  $\text{ker}(f)$ ;

3) un'equazione cartesiana di  $\text{ker}(f)$ .

Posta  $\mathcal{D} = \mathcal{B} \cup \mathcal{C}$  e supponendo che  $v_1$  e  $v_2$  siano autovettori di autovalori rispettivi 1 e -2, determinare:

4) la matrice  $M_f^{\mathcal{D}, \mathcal{D}}$ ;

5) la matrice  $M_f^{\mathcal{D}, \mathcal{E}}$ , dove  $\mathcal{E}$  è la base canonica di  $\mathbb{R}^4$ ;

6) se  $f$  è semplice (motivando all'interno);

7) gli autovettori di  $f$  contenuti nel piano  $\pi : x - 2z = 0 = y + z + t$ ;

8)  $f(1, 1, 2, -2)$ .

II. Nello spazio affine euclideo  $E^3$  si considerino i fasci di piani:

$$\mathcal{F} : \lambda(x - y - 1) + \mu(2x - z - 3) = 0$$

e

$$\mathcal{G} : \lambda(2y - z - 2) + \mu(2x - z - 4) = 0$$

Determinare:

9) l'equazione parametrica della retta  $r$  supporto del fascio  $\mathcal{F}$ ;

10) l'equazione parametrica della retta  $s$  supporto del fascio  $\mathcal{G}$ ;

11) la posizione reciproca di  $r$  e  $s$ ;

12) la distanza tra  $r$  e  $s$ ;

13) l'equazione cartesiana dei piani comuni a  $\mathcal{F}$  e a  $\mathcal{G}$ ;

14) i punti comuni a tutti i piani di  $\mathcal{F}$  e  $\mathcal{G}$ ;

15) i piani  $\pi \in \mathcal{F}$  e  $\sigma \in \mathcal{G}$  che siano paralleli al vettore  $v = (1, 0, 1)$ .

RISPOSTE

1)

2)

3)

4)

5)

6)

7)

8)

9)

10)

11)

12)

13)

14)

15)