

**Facoltà di Ingegneria**  
**Precorso di Matematica**

(prof. M. Brundu, G. Landi)

*PROGRAMMA*

**anno accademico 2009/10**

PARTE I: FONDAMENTI DI MATEMATICA

**1. Teoria degli insiemi e cenni di logica.**

Insiemi. Nozione di insieme. Elementi e appartenenza. Formazione di un insieme. Uguaglianza di insiemi. Inclusione fra insiemi. Inclusione stretta. Inclusione e implicazione. Insieme vuoto. Insieme delle parti. Intersezione di due insiemi. Unione di due insiemi. Proprietà dell'intersezione e dell'unione. Differenza di due insiemi. Complementare di un insieme. Proprietà della complementazione.

**2. Applicazioni.**

Nozione di applicazione fra due insiemi: dominio, codominio e legge. Immagine di un elemento e insieme immagine. Applicazioni suriettive, iniettive e biettive. Applicazione inversa. Composizione di due applicazioni. Restrizioni. Prolungamenti.

**3. Prodotto cartesiano e relazioni.**

Coppia ordinata e  $n$ -upla ordinata. Prodotto cartesiano. Relazioni binarie. Grafico di una relazione. Grafico di un'applicazione. Relazioni di equivalenza. Classi di equivalenza. Insieme quoziente. Proprietà delle classi di equivalenza. Relazioni d'ordine in senso debole e in senso stretto. Esempi in insiemi numerici e nell'insieme delle parti.

PARTE II: STRUTTURE ALGEBRICHE E INSIEMI NUMERICI

**1. Gruppi.**

Nozione di operazione binaria. Gruppi; gruppi commutativi. Esempi.

**2. Anelli.**

Definizione. Esempi:  $\mathbb{Z}$  e  $\mathbb{Z}[x]$ .

**3. I numeri razionali e la nozione di campo.**

Costruzione di  $\mathbb{Q}$ . Definizione di corpo e campo.

**4. Introduzione ai numeri reali.**

Successioni; successioni di Cauchy e successioni convergenti. Costruzione di  $\mathbb{R}$ . Completezza di  $\mathbb{R}$ . Un modello di  $\mathbb{R}$ : gli allineamenti di cifre.

## PARTE III: ALGEBRA POLINOMIALE

### 1. Richiami sulle potenze.

Potenze con esponente naturale  $\geq 1$ . Proprietà delle potenze. L'esponente 0 con base  $\neq 0$ . Esponenti interi negativi con base  $\neq 0$ . Richiamo sulla definizione di radice  $n$ -esima di un numero reale  $\geq 0$ . Definizione di potenza con base  $> 0$  ed esponente razionale. Funzioni potenza con esponenti: naturale, intero, razionale.

### 2. Polinomi.

Polinomi in una variabile a coefficienti in un campo: definizione, le operazioni di somma e prodotto con le loro proprietà. Divisione fra polinomi. Divisori e polinomi irriducibili (in  $\mathbb{Q}$ , in  $\mathbb{R}$ ). Divisione di un polinomio per il binomio  $x - c$ . Radici di un polinomio. Il Teorema di Cartesio-Ruffini. Massimo numero di radici distinte.

### 3. Numeri complessi.

Definizione. Struttura di campo in  $\mathbb{C}$ . Teorema fondamentale dell'algebra.  $\mathbb{C}$  è un campo algebricamente chiuso.

## PARTE IV: FUNZIONI E LUOGHI GEOMETRICI

### 1. Equazioni e disequazioni.

Richiami sulle funzioni. Equazioni generalizzate, equazioni, disequazioni. Sistemi e loro soluzioni; equivalenza. Identità. Equazioni a più variabili e con parametri. Esempi di equazioni e disequazioni da funzioni razionali.

### 2. Funzioni circolari.

Angoli e loro misura in radianti. Circonferenza trigonometrica. Seno, coseno; loro grafici; periodo. Relazioni fondamentali tra le funzioni circolari. Formule di addizione (duplicazione, bisezione). Tangente e cotangente. Equazioni e disequazioni trigonometriche. Rappresentazione trigonometrica dei numeri complessi. Piano di Argand-Gauss. Radici  $n$ -sime dell'unità.

### 3. Geometria analitica nel piano.

Richiami sulle rette nel piano: equazione generale ed equazione normale della retta. Condizioni di parallelismo e d'ortogonalità di rette. La parabola come luogo. L'ellisse come luogo. L'iperbole come luogo. Equazioni canoniche delle coniche. Cenno alle coniche come luogo dei punti che soddisfano un'equazione di secondo grado in  $x$  e  $y$ .