

Corso di Geometria a.a. 2014/15 (prof. Giovanni Landi)

Vettori geometrici e sistemi di riferimento:

Vettori applicati nel piano e nello spazio. Somma di vettori. Prodotto di un vettore per uno scalare. Sistemi di riferimento. Origine, unità di misura. Sistemi di riferimento cartesiani nel piano e nello spazio. Prodotto scalare. Prodotto vettoriale.

Spazi vettoriali:

Spazi vettoriali reali e complessi. n -uple, componenti. Sottospazi vettoriali. Retta vettoriale. Sottospazio somma. Combinazioni lineari. Spazio generato. Sistema di generatori. Indipendenza lineare. Basi. Componenti di un vettore rispetto ad una base. Base canonica. Dimensione di uno spazio vettoriale. Teorema di Grassmann. Somma diretta di spazi vettoriali.

Matrici:

Matrici. Matrici base. Prodotto di matrici riga per colonna. Matrice identica; trasposta. Matrice simmetrica. Traccia di una matrice. Matrice invertibile; inversa. Gruppo lineare generale. Rango di una matrice. Matrice di rango massimo. Matrice diagonale; triangolare superiore (inferiore; triangolare superiore (inferiore) completa. Matrice ridotta per righe (per colonne). Riduzione di matrici. Trasformazioni elementari sulle righe (sulle colonne). Riduzione per righe (per colonne).

Determinante:

Determinante di una matrice. Minore complementare. Complemento algebrico. Teorema di Laplace per il calcolo del determinante. Teorema di Binet. Determinante non nullo e rango massimo.

Spazi euclidei:

Prodotto scalare in uno spazio vettoriale. Prodotto scalare canonico; spazi euclidei. Lunghezza di un vettore. Ortogonalità. Basi ortonormali; ortonormalizzazione alla Gram-Schmidt. Matrici ortogonali; Gruppo delle matrici ortogonali. Matrici ortogonali e basi ortonormali.

Sistemi lineari:

Equazioni lineari. Sistemi di equazioni lineari. Soluzioni, compatibilità, incompatibilità. Matrice del sistema, matrice dei coefficienti. Sistema lineare ridotto. Risoluzione dei sistemi lineari ridotti. Metodo delle eliminazioni successive. Risoluzione dei sistemi lineari generali. Teorema di Rouché-Capelli. Sistemi lineari omogenei; loro soluzioni.

Applicazioni lineari:

Applicazione lineare. Applicazione lineare associata ad una matrice. Matrice associata ad un'applicazione lineare. Nucleo, ed immagine di un'applicazione lineare. Metodo per il calcolo del nucleo. Metodo per il calcolo dell'immagine. Criterio di iniettività, criterio di suriettività, criterio di isomorfismo. Applicazione di rango massimo. Composizione di applicazioni lineari. Applicazione invertibile, applicazione inversa. Matrici invertibili ed isomorfismi. Calcolo della matrice inversa. Cambio di base in uno spazio vettoriale. Matrice del cambio di base. Trasformazione della matrice associata ad un'applicazione lineare.

Diagonalizzazione:

Endomorfismi. Matrici simili. Matrici diagonalizzabili. Endomorfismi semplici. Autovalori, autovettori, autospazi. Polinomio caratteristico di una matrice (di un endomorfismo). Diagonalizzazione di una matrice. Metodo per la diagonalizzazione di una matrice. Matrici di Jordan. Forma canonica di Jordan. Endomorfismi autoaggiunti e matrici simmetriche. Diagonalizzazione di matrici simmetriche.

Geometria lineare affine:

Traslazioni. Rette nel piano e nello spazio. Piani nello spazio. Equazione vettoriale e parametrica di una retta e di un piano. Giacitura di una retta e di un piano. Equazioni cartesiane di una retta e di un piano. Parallelismo tra rette, tra piani, tra rette e piani. Rette incidenti, rette e piani incidenti. Rette sghembe. Intersezione tra rette nel piano e nello spazio. Intersezione tra piani nello spazio. Intersezione tra rette e piani nello spazio.

Geometria lineare affine euclidea:

Spazi affini euclidei. Sistemi di riferimento cartesiani ortogonali. Equazioni normali della retta e del piano. Equazione normale di un iperpiano. Rette ortogonali. Piani ortogonali. Ortogonalità tra una retta ed un piano. Distanze: tra punti, tra un punto ed una retta, tra un punto ed un piano, tra un punto e un iperpiano. Fasci di rette nel piano affine. Fasci di piani nello spazio affine.

Coniche: Elementi di coniche. Forme canoniche. Forme degeneri. Completamento dei quadrati. Roto-traslazioni. Riduzione di una conica a forma canonica.

Per il corso vengono usate delle dispense che sono reperibili allo URL:

http://www.dmi.units.it/geo-ing/materiale_did/mater_corso/progr_disp.html

Un testo di riferimento è:

M.Brundu, G.Sacchiero: Algebra Lineare e Geometria, Libreria Goliardica Ed., Trieste 1997.