

Prova di allenamento per la gara di matematica a squadre

Trieste 02/02/2011

Istruzioni Generali

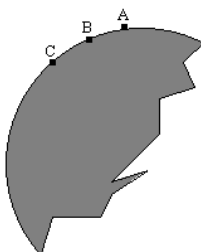
1. Si ricorda che per tutti i problemi occorre indicare sul cartellino delle risposte un numero intero, compreso tra 0000 e 9999.
2. Se la quantità richiesta non è un numero intero, si indichi la sua parte intera.
3. Se la quantità richiesta è un numero negativo, oppure se il problema non ha soluzione, si indichi 0000.
4. Se la quantità richiesta è un numero maggiore di 9999, oppure se non è univocamente determinata, si indichi 9999.
5. Nello svolgimento dei calcoli può essere utile tener conto dei seguenti valori approssimati:

$$\sqrt{2} = 1.4142 \quad \sqrt{3} = 1.7321 \quad \sqrt{5} = 2.2360 \quad \pi = 3.1416.$$

Esercizi

Esercizio 1. Nella Scuola dell'Uguaglianza tutte le classi devono avere lo stesso numero di studenti. Quando furono costruite 5 nuove classi, il numero di studenti per classe diminuì di 6. Quando poi furono costruite ulteriori 5 classi, il numero di studenti per classe diminuì ancora di 4. Sapendo che il numero degli studenti è sempre rimasto invariato, quanti studenti ci sono nella scuola?

Esercizio 2. Un archeologo ritrova un pezzo di un fossile circolare, risalente al tempo degli Aztechi (vedi figura). Dovendo risalire al raggio originario del cerchio, segna tre punti sulla circonferenza A, B, C , tali che $AB = BC$, ed inoltre misura i segmenti $AB = 25$ e $AC = 48$. Qual'è il raggio del fossile?
(Rispondere con la somma del numeratore e denominatore della frazione ridotta ai minimi termini)



Esercizio 3. Alberto gioca ad un solitario al computer. Il computer tiene in memoria l'esito delle partite (vinte o perse) e indica la percentuale di vittoria, approssimando per eccesso (per esempio approssima $78,4\%$ con 78% , mentre $78,5\%$ con 79%). Fino ad ora ha fatto 40 partite e ha una percentuale di vittoria del 90% , quante partite deve vincere consecutivamente ora per arrivare a una percentuale di vittorie del 95% ?

Esercizio 4. Si consideri il sistema

$$\begin{cases} [x] + y = 20,11 \\ x - [y] = 2,011 \end{cases}$$

dove $[z]$ indica la parte intera di un numero z . Rispondere con il valore $[xy]$.

Esercizio 5. Determinare il più piccolo numero composto solo da cifre 0 e 1 che sia divisibile per 225. Di quante cifre è composto?

Esercizio 6. Alla Nuova Lotteria si gioca con i numeri da 1 a 20. Sulla schedina si scelgono 10 numeri e al momento della estrazione vengono scelti 5 numeri a caso tra i 20 disponibili. Qual'è la probabilità di vincere a questo gioco, cioè di

indovinare tutti e cinque i numeri estratti?

(Rispondere con la somma del numeratore e denominatore della frazione ridotta ai minimi termini)

Esercizio 7. Sia $X = (x_1, \dots, x_9)$ un vettore di lunghezza 9 dove gli elementi possono essere 0 ed 1. Sapendo che i seguenti vettori sono stati tutti costruiti sopprimendo tre elementi del vettore e mantenendo l'ordine dei restanti, ricostruire X .

(Rispondere con le posizioni dei primi quattro 0, in ordine crescente)

$$Y_1 = (0, 0, 0, 1, 0, 1)$$

$$Y_2 = (0, 0, 1, 1, 1, 0)$$

$$Y_3 = (0, 1, 0, 1, 0, 1)$$

$$Y_4 = (1, 0, 0, 0, 1, 1)$$

$$Y_5 = (1, 0, 1, 1, 1, 1)$$

$$Y_6 = (1, 1, 1, 1, 0, 1)$$

$$Y_7 = (1, 1, 0, 1, 1, 0)$$

Esercizio 8. Andrea invita alcuni amici alla sua festa di laurea. In attesa dell'arrivo del festeggiato, tutti i partecipanti alla festa si stringono la mano. Arrivando in ritardo, il festeggiato stringe la mano solo a qualcuno dei partecipanti. In totale ci sono state 1933 strette di mano. Quante persone hanno stretto la mano ad Andrea?

Esercizio 9. Siano x, y numeri reali tali che $x + y = 26$ e $x^3 + y^3 = 5408$. Determinare $x^2 + y^2$.

Esercizio 10. Nel quadrilatero $ABCD$ i lati AB e CD sono paralleli e l'angolo in D è il doppio dell'angolo in B . Sapendo che $AD = 44$ e che $CD = 28$, determinare la lunghezza di AB .

Esercizio 11. Determinare la 100-esima cifra dopo la virgola del numero

$$\sqrt{0,444\dots444}$$

dove la cifra 4 compare esattamente 100 volte.

Esercizio 12. I sedili di un aereo sono disposti in 59 file "orizzontali" di 6 posti ciascuna, contraddistinti dalle lettere A, B, \dots, F . Quando tutti i passeggeri hanno preso posto, si verifica la seguente circostanza: non ci sono due file in cui i posti occupati siano esattamente gli stessi, cioè tutti e soli quelli contraddistinti dalle stesse lettere. Quanti possono essere al massimo i passeggeri su quell'aereo?