Prova di allenamento
per la gara di matematica a squadre

Trieste 13 febbraio 2008

Istruzioni Generali

1. Si ricorda che per tutti i problemi occorre indicare sul cartellino delle risposte un numero intero, compreso tra 0000 e 9999.

2. Se la quantità richiesta non è un numero intero, si indichi la sua parte intera.

3. Se la quantità richiesta è un numero negativo, oppure se il problema non ha soluzione, si indichi 0000.

4. Se la quantità richiesta è un numero maggiore di 9999, oppure se non è univocamente determinata, si indichi 9999.

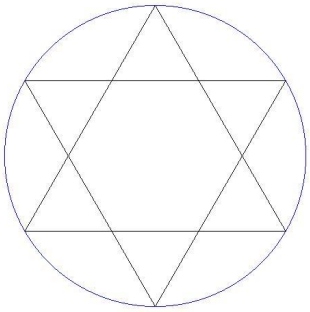
5. Nello svolgimento dei calcoli può essere utile tener conto dei seguenti valori approssimati:

$$\sqrt{2} = 1.4142 \qquad \sqrt{3} = 1.7321 \qquad \sqrt{5} = 2.2360 \qquad \pi = 3.1416.$$

Esercizi

Esercizio 1. Calcolare la probabilità di ottenere la parola TAVOLETTA scrivendo in ordine casuale in 9 caselle consecutive le 9 lettere A, A, E, L, O, T, T, T, V. Ridurre ai minimi termini la frazione trovata e scrivere come risposta la decima parte del denominatore.

Esercizio 2. Calcolare l'area della Stella di David (due triangoli equilateri con baricentro in comune ruotati di 180 gradi l'uno rispetto all'altro, vedi figura) inscritta in una circonferenza di raggio 50.



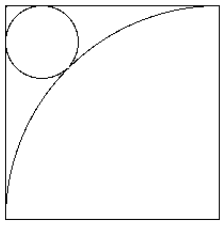
Esercizio 3. Due sacchi contengono sia biglie rosse sia biglie blu. Il primo sacco contiene metà delle biglie del secondo e inoltre il 60% delle biglie del primo sacco sono blu. Se il numero totale delle biglie rosse coincide con quello delle biglie blu aumentato di 50 e nel secondo sacco ci sono 135 biglie rosse, dire quante sono le biglie rosse del primo sacco.

Esercizio 4. Si scrivano 3 numeri di 3 cifre, utilizzando una sola volta tutte le cifre tra 1 e 9, e tali che in ognuno di essi la cifra centrale sia maggiore delle altre due.
Si sommino i numeri così ottenuti. Qual è il valore minimo che tale somma può assumere?

Esercizio 5. Dato un cubo C, quanti sono i triangoli che hanno per vertici tre vertici di C e che non giacciono su nessuna delle facce di C?

Esercizio 6. Trovare il più piccolo intero positivo n tale che tutte le cifre di $15n$ siano 0 o 8.

Esercizio 7. In riferimento alla figura sia R il lato del quadrato e r il raggio della circonferenza più piccola. Sapendo che tale circonferenza è tangente sia al quadrato che all'arco di circonferenza in figura, determinare $\dfrac{R}{r}$ e scrivere come risposta questo rapporto moltiplicato per 1000 (approssimato all'intero più vicino).



Esercizio 8. Sono date due bottiglie A e B delle capacità di un litro ciascuna. Si riempie A di vino, poi si versano 100 ml da A a B, si riempie B d'acqua e si mischia. A questo punto, col contenuto di B si colma A e dopo aver mischiato A si colma di nuovo B con A. Quanti ml di vino ci sono adesso in B?

Esercizio 9. Si prende un numero intero di 2008 cifre, se ne calcola la somma delle cifre, la si sottrae dal numero, si cancella dal risultato una cifra diversa da zero e si calcola la somma delle cifre rimanenti. Tale somma è 12008. Che cifra era stata cancellata?

Esercizio 10. Si sostiene talvolta che noi usiamo il sistema decimale di numerazione in quanto abbiamo dieci dita. Un marziano, dopo aver scritto l'equazione

$$x^2 - 16x + 41 = 0$$

invitato a scrivere la differenza delle radici, scrive 10. Quante dita hanno i marziani?

Esercizio 11. Ad una festa da ballo a cui partecipano 9 maschi e 9 femmine, la padrona di casa consegna a ciascuno un biglietto con un numero da 1 a 18. Per sé sceglie il numero 1. Ad un certo punto ci si rende conto che, per tutte le nove coppie che stanno ballando, la somma delle cifre dell'uomo e della donna è sempre un quadrato. Qual è il numero del compagno della padrona di casa?

Esercizio 12. Le facce di 27 cubi unitari sono colorate di rosso, bianco e blu in modo tale che si possano costruire: un cubo di lato 3 con le facce tutte colorate di bianco, un cubo di lato 3 tutto rosso, un cubo di lato 3 tutto blu. Quanti cubetti hanno tutti e tre i colori sulle loro facce?

Soluzioni

1. 3024
2. 4330
3. 0040
4. 0828
5. 0032
6. 0592
7. 5828
8. 0181
9. 0007
10. 0008
11. 0015
12. 0024