

## Metodi Matematici per l'Ingegneria.

A.a. 2008-2009, sessione autunnale

COGNOME e NOME \_\_\_\_\_ N. Matricola \_\_\_\_\_

Anno di Corso \_\_\_\_\_ Laurea in Ingegneria \_\_\_\_\_

**ESERCIZIO N. 1A.** Usando il metodo dei residui, si calcoli

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^4 + 3x^2 + 2}.$$

**ESERCIZIO N. 1B.** Usando il metodo dei residui, si calcoli

$$\int_{\gamma} \frac{1 - \cos z}{iz^3} dz,$$

dove la curva  $\gamma = \{z = x + iy : |x| + |y| = 1\}$  è orientata in senso antiorario.**ESERCIZIO N. 2A.** Si trovi la soluzione del problema ai valori iniziali per l'equazione della corda vibrante

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0, \quad \text{in } \mathbb{R} \times \mathbb{R}^+$$

con le condizioni iniziali

$$u(x, 0) = u_t(x, 0) = \sin x.$$

**ESERCIZIO N. 3A e 2B.** È data la funzione  $f(x) = x^2$  sull'intervallo  $[-\pi, \pi]$ .

- (i) Se ne determini lo sviluppo in serie di Fourier.
- (ii) Si dica se la convergenza è puntuale o uniforme.
- (iii) Si valuti la serie in  $x = 0$  e se ne deduca il valore di

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2}.$$

**ESERCIZIO N. 4A.** Trovare la funzione che ha come trasformata di Laplace

$$F(s) = \frac{\pi}{2} - \arctan s.$$

**ESERCIZIO N. 5A e 3B.** È data l'equazione differenziale lineare

$$4y''' - 4y'' + y' - y = x(t).$$

Si determini (i) la risposta impulsiva  $h(t)$ , cioè relativa a  $x(t) = \delta(t)$  (dove  $\delta(t)$  è la delta di Dirac), (ii) la risposta forzata con condizioni iniziali nulle relativa a  $x(t) = (t+2)u(t)$  (dove  $u(t)$  è la funzione gradino).