

Esame di Analisi matematica II - 9 CFU : esercizi  
A.a. 2015-2016, sessione invernale, III appello  
Corso prof. Omari

COGNOME _____	NOME _____
N. Matricola _____	Anno di corso _____
Corso di Studi:      Ingegneria Industriale <input type="radio"/>	Ingegneria Navale <input type="radio"/>

**ESERCIZIO N. 1.** Si consideri la serie di funzioni complesse  $\sum_{n=1}^{+\infty} \left( \frac{i}{z^n} + (z - i)^n \right)$ .

(i) Si determini un insieme  $E \subset \mathbb{C}$  dove la serie converge e lo si rappresenti nel piano di Gauss.

(ii) Si calcoli la somma della serie in  $E$ .

**ESERCIZIO N. 3.** Si consideri la funzione  $f(x, y) = x + \sqrt{1 - x^2 - y^2}$ .

(i) Si determini il dominio di  $f$ .

(ii) Si determinino i segni di  $f$ .

(iii) Si calcoli il gradiente di  $f$ .

(iv) Si calcoli la matrice Hessiana di  $f$ .

(v) Si determinino i punti critici di  $f$ .

(vi) Si stabilisca la natura dei punti critici di  $f$ .

(vii) Si determinino il massimo e il minimo assoluti di  $f$ .

COGNOME e NOME \_\_\_\_\_ N. Matricola \_\_\_\_\_

**ESERCIZIO N. 3.** Si stabilisca se è finito l'integrale generalizzato

$$\iint_E \frac{y^2}{x^2 + y^2} dx dy,$$

con  $E = \{(x, y)^T : (x - 1)^2 + y^2 < 1\} \cup \{(x, y)^T : x^2 + y^2 > 4\}$ .

**RISULTATO**

**SVOLGIMENTO**

**ESERCIZIO N. 4.** Si indichi con  $y(\cdot)$  la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = -xy^2 \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

(i) Si provi che  $y(x) > 0$  per ogni  $x$  del suo dominio.

(ii) Si determinino gli intervalli di crescita e di decrescenza di  $y(\cdot)$ .

(iii) Si provi che  $y(x) \leq 1$  per ogni  $x$  del suo dominio.

(iv) Si provi che  $y(\cdot)$  è definita su  $\mathbb{R}$ .

(v) Si determini l'espressione esplicita di  $y(\cdot)$ .