**Esame di Analisi matematica II - 9 CFU : esercizi**
**A.a. 2014-2015, sessione estiva, III appello**
**Corso prof. Omari**

**COGNOME** ______________________ **NOME** ______________________

**N. Matricola** ______________________ **Anno di corso** ______________________

**Corso di Studi:** **Ingegneria Industriale** ◯ **Ingegneria Navale** ◯

**ESERCIZIO N. 1.** Si definisca, per ogni $n \in \mathbb{N}^+$, $f_n : [0, +\infty[ \to \mathbb{C}$, ponendo $f_n(x) = \dfrac{2^n}{x + i\, 3^n}$.

$(i)$ Per ogni $n \in \mathbb{N}^+$ fissato, si studi la funzione $|f_n|$.

$(ii)$ Si determini, giustificando la risposta, l'insieme di convergenza puntuale della serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} f_n(x)$.

$(iii)$ Si stabilisca, giustificando la risposta, se la serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} f_n(x)$ converge uniformemente in $[0, +\infty[$.

$(iv)$ Si calcoli $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} f_n(0)$.

**ESERCIZIO N. 2.** Si consideri la funzione $f(x,y) = \int_0^{x-y} (3t^2 + 2t - 1)\, dt.$

($i$) Si studi la funzione $\varphi(t) = t^3 + t^2 - t$.

($ii$) Si determinino i segni di $f$.

($iii$) Si determino gli estremi relativi e assoluti di $f$.

($iv$) Si descrivano le curve di livello $L_k(f) = \{(x,y)^T : f(x,y) = k\}$ per $k \in \{-1, 0, 1\}$.

**COGNOME e NOME** ________________________________________________ **N. Matricola** _______________

**ESERCIZIO N. 3.** Si definiscano, per ogni $\alpha \in ]0, +\infty[$, le funzioni $\Phi, \Psi : \mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)^T\} \to \mathbb{R}$, ponendo

$$\Phi(x,y) = (x^2 + y^2)^{\alpha}, \qquad \Psi(x,y) = (x^2 + y^2)^{-\alpha}.$$

$(i)$ Si determini l'insieme $D$ dei punti $(x,y)^T \in \mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)^T\}$ tali che $\Phi(x,y) \le \Psi(x,y)$.

$(ii)$ Si determinino gli $\alpha \in ]0, +\infty[$ tali che il volume in senso generalizzato dell'insieme

$$E = \{(x,y,z)^T \in \mathbb{R}^3 : (x,y)^T \in D,\ \Phi(x,y) \le z \le \Psi(x,y)\}$$

è finito.

**ESERCIZIO N. 4.** Si consideri la funzione $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita da $f(x, y) = x^2 + xy + y^2$. Si determini e si descriva il sostegno della curva $\gamma : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^2$ ortogonale alle linee di livello di $f$ e tale che $\gamma(0) = (1, 1)^T$.

**RISULTATO**

**SVOLGIMENTO**