

Esame di Analisi matematica II - 9 CFU : esercizi
A.a. 2016-2017, sessione estiva, I appello
Corso prof. Pierpaolo Omari

COGNOME _____ NOME _____

N. Matricola _____ Anno di corso _____

Corso di Studi: Ingegneria Industriale Ingegneria Navale

ESERCIZIO N. 1. Si consideri la serie di funzioni $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2i}{n!} z^{2n}$, con $z \in \mathbb{C}$.

(i) Si determini l'insieme E di convergenza puntuale della serie.

(ii) Si stabilisca se l'insieme E è

- aperto:
- chiuso:
- limitato:
- convesso:
- stellato:
- connesso per archi:

(iii) Detta $f(z)$ la somma della serie, se ne determini l'espressione esplicita.

(iv) Si stabilisca, giustificando la risposta, se esiste $\lim_{z \rightarrow 0} f(z)$.

ESERCIZIO N. 2. Posto $\Sigma = \{(x, y, z)^T \in \mathbb{R}^3 : x^2 - xy + y^2 + z^2 = 1\}$, si consideri la funzione $f : \Sigma \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x, y, z) = x + y - z$.

(i) Si provi che Σ è una superficie regolare in forma implicita.

(ii) Si provi che esistono $\min_{\Sigma} f$ e $\max_{\Sigma} f$.

(iii) Si determinino $\min_{\Sigma} f$ e $\max_{\Sigma} f$.

COGNOME e NOME _____ N. Matricola _____

ESERCIZIO N. 3. Si ponga $D = \{(x, z)^T \in \mathbb{R}^2 : x^2 - 2x + z^2 \leq 3, x \geq 0\}$.

(i) Si calcoli l'area di D .

(ii) Si calcoli il volume del solido E ottenuto facendo ruotare D intorno all'asse z di 2π .

ESERCIZIO N. 4. Si consideri il campo vettoriale $g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, definito da

$$g(x, y) = (6e^{x-1} + 2xy + y^2, x^2 + 2xy - 4 \arctan y)^T.$$

(i) Si calcoli la matrice Jacobiana $Jg(x, y)$ di g .

(ii) Posto $A = Jg(1, 1)$, si provi che il campo vettoriale $h : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, definito da $h(x, y) = A \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$, è conservativo e se ne determini un potenziale f .

(iii) Si determini la curva $\gamma(\cdot) = (x(\cdot), y(\cdot))^T$ soluzione del problema di Cauchy $\begin{cases} \gamma'(t) = \nabla f(\gamma(t)) \\ \gamma(0) = (0, 1)^T \end{cases}$.