

Esame di Analisi matematica II - 9 CFU : esercizi
A.a. 2015-2016, sessione estiva, II appello
Corso prof. Omari

COGNOME _____	NOME _____	
N. Matricola _____	Anno di corso _____	
Corso di Studi:	Ingegneria Industriale <input type="radio"/>	Ingegneria Navale <input type="radio"/>

ESERCIZIO N. 1. Sia $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ una funzione olomorfa tale che $f(0) = 2$, $f'(0) = 0$ e $f''(z) = f(z)$ per ogni $z \in \mathbb{C}$.

(i) Per ogni $n \in \mathbb{N}$, si determinino $f^{(2n)}(0)$ e $f^{(2n+1)}(0)$.

(ii) Si determini lo sviluppo in serie di Taylor-Maclaurin di f .

(iii) Si determini l'insieme di convergenza dello sviluppo.

(iv) Si determini l'espressione esplicita della somma.

ESERCIZIO N. 2. Si consideri la funzione $f(x, y) = \int_0^1 \arctan(x^2 + y^2 + t) dt$.

(i) Si provi che $\min_{\mathbb{R}^2} f = \frac{\pi}{4} - \log \sqrt{2}$.

(ii) Si provi che $\sup_{\mathbb{R}^2} f = \frac{\pi}{2}$.

(iii) Si calcoli il gradiente di f .

(iv) Si determinino i punti critici di f .

(v) Si stabilisca quali insiemi di livello di f sono curve regolari in forma implicita.

COGNOME e NOME _____ N. Matricola _____

ESERCIZIO N. 3. Si consideri l'insieme $E = \{(x, y, z)^T : |y| < xe^{-x} \wedge 0 < z \leq x\}$.

(i) Si stabilisca, giustificando la risposta, se E è chiuso.

(ii) Si stabilisca, giustificando la risposta, se E è limitato.

(iii) Si stabilisca, giustificando la risposta, se E è misurabile (almeno in senso generalizzato).

ESERCIZIO N. 4. Si consideri il campo vettoriale $g : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$, definito da

$$g(x, y, z) = (x + y + z, -z, y)^T.$$

(i) Si calcoli la divergenza di g .

(ii) Si calcoli il flusso di g attraverso la superficie $\Sigma = \{(x, y, z)^T : x^2 + 4y^2 + 9z^2 = 1\}$.

(iii) Si determini la linea di campo $\gamma(\cdot) = (x(\cdot), y(\cdot), z(\cdot))^T$ passante per il punto $(0, 1, 0)^T$