

Esame di Analisi matematica II - 9 CFU : esercizi
A.a. 2014-2015, sessione invernale, III appello
Corso prof. Omari

COGNOME _____ NOME _____

N. Matricola _____ Anno di corso _____

Corso di Studi: Ingegneria Industriale Ingegneria Navale

ESERCIZIO N. 1. Si ponga, per ogni $n \in \mathbb{N}$, $f_n(x) = \frac{1+n}{1+n^3\sqrt{x}}$.

(i) Per ogni $n \in \mathbb{N}^+$ fissato, si studi la funzione $f_n(x)$.

(ii) Si determini l'insieme di convergenza puntuale della serie $\sum_{n=0}^{+\infty} f_n(x)$.

(iii) Si provi che, per ogni $a > 0$, la serie converge uniformemente su $[a, +\infty[$.

(iv) Si provi che la serie non converge uniformemente su $]0, +\infty[$.

ESERCIZIO N. 2. Si ponga $f(x, y) = \int_x^y \arctan(t^2 + t - 2) dt$.

(i) Si calcoli il gradiente di f .

(ii) Si calcoli la matrice Hessiana di f .

(iii) Si determinino i punti critici di f .

(iv) Si studi la natura dei punti critici di f .

(v) Si calcolino $\inf_{\mathbb{R}^2} f$ e $\sup_{\mathbb{R}^2} f$.

(vi) Si determini il piano tangente al grafico di f nel punto $(-\frac{1+\sqrt{13}}{2}, -\frac{1+\sqrt{13}}{2}, 0)^T$.

COGNOME e NOME _____ N. Matricola _____

ESERCIZIO N. 3. Si calcoli la circuitazione del campo vettoriale

$$g(x, y) = (1 - y^2 + \sin x, 1 + x^2 + \cos y)^T$$

lungo la frontiera del dominio

$$D = \{(x, y)^T : \sqrt{1 - y^2} \leq x \leq \sqrt{2 + y^2}, |y| \leq 1\}.$$

RISULTATO

SVOLGIMENTO

ESERCIZIO N. 4. Si indichi con $y_a(\cdot)$ la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = y^2 - 2y \\ y(0) = a, \end{cases}$$

al variare del parametro $a \in \mathbb{R}$.

(i) Si determini la soluzione $y_a(\cdot)$ per

• $a = 0$:

• $a = 2$:

• $a = 1$:

(ii) Si provi che, per ogni $a \in]0, 2[$, la soluzione $y_a(\cdot)$ è limitata e decrescente.

(iii) Si provi che, per ogni $a \in]0, 2[$, la soluzione $y_a(\cdot)$ è definita su \mathbb{R} .