Esame di Analisi matematica II : esercizi
A.a. 2007-2008, sessione invernale, I appello

Corso: OMARI ◯ TIRONI ◯

COGNOME e NOME ______________________ **N. Matricola** __________

Anno di Corso ______ **Laurea in Ingegneria** ______________________

Si risolvano gli esercizi : 1 ◯ 2 ◯ 3 ◯ 4 ◯ 5 ◯ 6 ◯

ESERCIZIO N. 1. Si studi il carattere della serie di numeri complessi

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{e^{in} + n}{e^{n} + i\,n}.$$

RISULTATO

SVOLGIMENTO

ESERCIZIO N. 2. Si consideri la serie di potenze

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \left(\frac{3^n}{n!} + 2^n \right) x^n.$$

(*i*) Si determini il raggio di convergenza della serie.

(*ii*) Si determini l'insieme di convergenza della serie.

(*iii*) Si calcoli la somma della serie.

COGNOME e NOME ______________________________ **N. Matricola** ____________

ESERCIZIO N. 3. Si calcoli l'integrale generalizzato

$$\iint_E \sqrt{x}\, dxdy,$$

con

$$E = \left\{ (x,y)^T \in \mathbb{R}^2 : x^2 < y < \frac{1}{x} \right\}.$$

RISULTATO

SVOLGIMENTO

ESERCIZIO N. 4. Si consideri la funzione

$$f(x, y, z) = x^3 - y^2 + xy - x + 1.$$

Si determinino

• il gradiente di f:

• la matrice Hessiana di f:

• il differenziale secondo di f nel punto $(-1, 0)^T$:

• i punti critici di f:

• la natura dei punti critici di f:

COGNOME e NOME ______________________________ **N. Matricola** __________

ESERCIZIO N. 5. Si determini la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \dfrac{x^2}{\operatorname{sen} y} \\ y(0) = \dfrac{\pi}{2}, \end{cases}$$

indicandone esplicitamente il massimo intervallo di definizione.

RISULTATO

SVOLGIMENTO

ESERCIZIO N. 6. Si consideri il campo vettoriale $g : \mathbb{R} \times \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^2$ definito da

$$g(x, y) = \left(\frac{3x^2}{y} - y^2 - 2x, y - 2xy - \frac{x^3}{y^2} \right)^T.$$

(i) Si provi che il campo è conservativo su $\mathbb{R} \times \mathbb{R}^+$.

(ii) Si calcoli un potenziale di g.

(iii) Si calcoli l'integrale di linea $\int_\gamma \langle g, \tau \rangle \, ds$, dove $\gamma : [0, \pi] \to \mathbb{R}^2$ è definita da $\gamma(t) = (\operatorname{sen} t, 1 + t)^T$.