

## Esame di Analisi matematica I - 9 CFU : esercizi

A.a. 2013-2014, sessione estiva, I appello

Corso prof. Omari

COGNOME _____	NOME _____	
N. Matricola _____	Anno di corso _____	
Corso di Studi in	Ingegneria Industriale <input type="radio"/>	Ingegneria Navale <input type="radio"/>

**ESERCIZIO N. 1.** Si ponga, per  $x > 0$ ,

$$f(x) = \int_1^{+\infty} \frac{t^{x-1} \ln x}{1+t^{2x}} dt.$$

(i) Si determini l'espressione esplicita di  $f$ .

(ii) Si studino le proprietà di convessità di  $f$ .

**ESERCIZIO N. 2.** Si ponga

$$E = \left\{ z \in \mathbb{C} : |z + i|^2 + \Re \frac{1}{z} \leq |z|^2 + 2\Im mz + 2 \right\}.$$

(i) Si determini e si rappresenti nel piano di Gauss l'insieme  $E$ .

(ii) Si determinino

- l'insieme dei punti di accumulazione di  $E$ :

- l'insieme dei punti interni di  $E$ :

- l'insieme dei punti di frontiera di  $E$ :

(iii) Si stabilisca se

- $E$  è chiuso:

- $E$  è aperto:

- $E$  è limitato:

COGNOME e NOME \_\_\_\_\_ N. Matricola \_\_\_\_\_

**ESERCIZIO N. 3.** Si ponga, per ogni  $x \in \mathbb{R}$ ,

$$f(x) = \int_x^{2x} \frac{1}{\sqrt{1+|t|}} dt.$$

(i) Si determinino, giustificando la risposta,

•  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$

•  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$

(ii) Si calcoli  $f'(x)$ .

(iii) Si determinino i segni di  $f'$ .

(iv) Si provi che  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  iniettiva.

(v) Si provi che  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  suriettiva.

(vi) Si determinino i punti in cui  $f^{-1}$  è derivabile.

(vii) Si calcoli  $(f^{-1})'(0)$ .

**ESERCIZIO N. 4.** Si ponga

$$f(x) = \int_0^x \cos(\sin t) dt.$$

(i) Si determini il polinomio di Taylor-Maclaurin  $p_{3,0}$  di  $f$ .

(ii) Si determini, giustificando la risposta, un intorno di 0 dove  $p_{3,0}$  approssima  $f$  con un errore inferiore a  $10^{-3}$ .