

Esame di Analisi matematica I - 9 CFU : esercizi
A.a. 2013-2014, sessione invernale, II appello
Corso prof. Omari

COGNOME _____ NOME _____

N. Matricola _____ Anno di corso _____

Corso di Studi in: Ingegneria Industriale Ingegneria Navale

ESERCIZIO N. 1. Si ponga, per ogni $x > 0$,

$$f(x) = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\cos(t \ln x) - 1}{x t^2}.$$

Si determinino, giustificando le risposte,

• l'espressione esplicita di f :

• $\text{Ord}_0 f$:

• $\text{ord}_1 f$:

• $\text{ord}_{+\infty} f$:

ESERCIZIO N. 2. Si ponga

$$E = \left\{ z \in \mathbb{C} : \Re(z^2 + iz\bar{z}) < \Im(z^2 - iz\bar{z}) \right\}.$$

(i) Si descriva e si rappresenti l'insieme E nel piano di Gauss.

(ii) Si determinino

- l'insieme dei punti di accumulazione di E :

- l'insieme dei punti interni di E :

- l'insieme dei punti di frontiera di E :

(iii) Si stabilisca se

- E è chiuso:

- E è aperto:

- E è limitato:

COGNOME e NOME _____ N. Matricola _____

ESERCIZIO N. 3. Si ponga

$$f(x) = \begin{cases} |x|^e & \text{se } x \leq 0, \\ \int_x^{3x} e^{-t^2} dt & \text{se } x > 0. \end{cases}$$

(i) Si calcolino, giustificando le risposte,

- $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) =$

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$

- $f'_d(0) =$

- $f'_s(0) =$

(ii) Si determinino

- $f'(x) =$

- i segni di f' :

- la crescita, la decrescenza e gli estremi relativi e assoluti di f :

- il numero delle soluzioni $x \in \text{dom} f$ dell'equazione $f(x) = k$, al variare di $k \in \mathbb{R}$.

ESERCIZIO N. 4. Si ponga,

$$f(x) = \frac{\ln(x+4)}{\sqrt{x}}.$$

(i) Si determini, giustificando la risposta, una primitiva di f sull'intervallo $]0, +\infty[$.

(ii) Si stabilisca se f è integrabile in senso generalizzato su $]0, 1]$ e in caso affermativo si calcoli $\int_0^1 f(x)dx$.

(iii) Si stabilisca se f è integrabile in senso generalizzato su $]0, +\infty[$ e in caso affermativo si calcoli $\int_0^{+\infty} f(x)dx$.