

Esame di Analisi matematica I - 9 CFU : esercizi
A.a. 2013-2014, sessione estiva, III appello
Corso prof. Omari

COGNOME _____	NOME _____	
N. Matricola _____	Anno di corso _____	
Corso di Studi in	Ingegneria Industriale <input type="radio"/>	Ingegneria Navale <input type="radio"/>

ESERCIZIO N. 1. Si ponga, al variare di $x \in \mathbb{R}$ e $k \in \mathbb{N}$,

$$f_k(x) = \int_k^{k+1} \frac{1}{t^x(t+1)} dt.$$

(i) Si determinino i valori di x per cui $f_k(x) \in \mathbb{R}$ per ogni $k \in \mathbb{N}$.

(ii) Si determinino i valori di x per cui esiste finito $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sum_{k=0}^n f_k(x)$.

(iii) Si calcoli $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sum_{k=0}^n f_k(1/2)$.

ESERCIZIO N. 2. Si ponga

$$E = \left\{ z \in \mathbb{C} : \Re \left(\frac{z^2 - |z|^2}{\Im(i z)} \right) < 2 \right\}.$$

(i) Si determini e si rappresenti nel piano di Gauss l'insieme E .

(ii) Si determinino

- l'insieme dei punti di accumulazione di E :

- l'insieme dei punti interni di E :

- l'insieme dei punti di frontiera di E :

(iii) Si stabilisca se

- E è chiuso:

- E è aperto:

- E è limitato:

COGNOME e NOME _____ N. Matricola _____

ESERCIZIO N. 3. Si ponga

$$f(x) = x - x^2 + \ln(x + 1).$$

(i) Si determinino

• il dominio di f :

• $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) =$

• $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) =$

• $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$

• $f'(x)$:

• i segni di f' :

• la crescita, la decrescenza e gli estremi relativi e assoluti di f :

(ii) Si provi che esiste uno e un solo $x_0 > 0$ tale che $f(x_0) = 0$ e si determinino i segni di f .

(iii) Si provi che f è concava sul suo dominio.

ESERCIZIO N. 4. Si ponga

$$f(x) = \int_x^{2x} \left(\int_t^0 \cos(s^2) ds \right) dt.$$

(i) Si calcolino:

• $f'(x) =$

• $f''(x) =$

• $f'''(x) =$

(ii) Si determini il polinomio di Taylor-Maclaurin $p_{3,0}$ di f .

(iii) Si calcoli, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{p_{3,0}(x)}$.