

Esame di Analisi matematica I - 9 CFU : esercizi
A.a. 2013-2014, sessione invernale, I appello
Corso prof. Omari

COGNOME _____ NOME _____

N. Matricola _____ Anno di corso _____

Corso di Studi in: Ingegneria Industriale Ingegneria Navale

ESERCIZIO N. 1. Si ponga, al variare di $a, b, c \in \mathbb{R}$,

$$f(x) = \begin{cases} a \sin x + b \operatorname{sign}(x + \pi) & \text{se } x < 0, \\ c e^x - \cos x & \text{se } x \geq 0. \end{cases}$$

(i) Si determinino, giustificando la risposta, $a, b, c \in \mathbb{R}$ in modo che f sia derivabile in ogni punto di \mathbb{R} .

(ii) In corrispondenza ai valori a, b, c sopra individuati, si determinino, giustificando la risposta, gli intervalli in cui la funzione integrale $F(x) = \int_0^x f(t) dt$ è convessa.

ESERCIZIO N. 2. Si ponga

$$E = \left\{ z \in \mathbb{C} : \frac{|z|}{i+z} \neq \bar{z} \right\}.$$

(i) Si descriva e si rappresenti l'insieme E nel piano di Gauss.

(ii) Si determinino

- l'insieme dei punti di accumulazione di E :

- l'insieme dei punti interni di E :

- l'insieme dei punti di frontiera di E :

(iii) Si stabilisca se

- E è chiuso:

- E è aperto:

- E è limitato:

COGNOME e NOME _____ N. Matricola _____

ESERCIZIO N. 3. Si ponga

$$f(x) = \frac{x}{1 - \ln x}.$$

(i) Si determinino

• il dominio di f :

• i segni di f :

• $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) =$

• $\lim_{x \rightarrow e^-} f(x) =$

• $\lim_{x \rightarrow e^+} f(x) =$

• $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$

• $f'(x) =$

• i segni di f' :

• la crescita, la decrescenza e gli estremi relativi e assoluti di f :

(ii) Si determini il numero delle soluzioni $x \in \text{dom} f$ dell'equazione $f(x) = k$, al variare di $k \in \mathbb{R}$.

(iii) Si provi che f ristretta all'intervallo $]0, e[$ è invertibile e si determini il dominio della funzione inversa.

(iv) Si determini l'equazione della retta tangente al grafico della funzione inversa nel punto $(\frac{1}{2e}, \frac{1}{e})$.

ESERCIZIO N. 4. Si ponga,

$$f(x) = \int_x^{2x} \left(\int_0^t t \sinh s \, ds \right) dt.$$

(i) Si calcolino:

• $f'(x) =$

• $f''(x) =$

• $f'''(x) =$

• $f''''(x) =$

(ii) Si calcoli, giustificando la risposta, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x^4}$.

(iii) Si calcoli $f(1)$.