

Esame di Analisi matematica I - 9 CFU : esercizi
A.a. 2013-2014, sessione invernale, III appello
Corso prof. Omari

COGNOME _____ NOME _____

N. Matricola _____ Anno di corso _____

Corso di Studi in: Ingegneria Industriale Ingegneria Navale

ESERCIZIO N. 1. Si ponga

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{4}x^4 & \text{se } x < 0, \\ x - \ln(1+x) & \text{se } x \geq 0. \end{cases}$$

(i) Si provi che f è di classe C^3 in \mathbb{R} .

(ii) Si determini il polinomio di Taylor-Maclaurin $p_{3,0}$ di f .

(iii) Si determini il massimo $n \in \mathbb{N}$ per cui f è di classe C^n in \mathbb{R} .

ESERCIZIO N. 2.

(i) Si determini l'insieme A delle soluzioni $w \in \mathbb{C}$ dell'equazione $iw = |w|\bar{w}$.

(Suggerimento: si usi la rappresentazione polare.)

(ii) Per ogni $w \in A$ si determinino le soluzioni $z \in \mathbb{C}$ dell'equazione $z^2 = w|z|^2$.

(Suggerimento: si usi la rappresentazione polare.)

(iii) Si rappresenti nel piano di Gauss l'insieme B delle soluzioni $z \in \mathbb{C}$ dell'equazione $z^2 = w|z|^2$ al variare di $w \in A$.

COGNOME e NOME _____ N. Matricola _____

ESERCIZIO N. 3. Si ponga, per ogni $x \in \mathbb{R}$,

$$f(x) = \int_x^{2x} \frac{t}{1+t^4} dt.$$

(i) Si provi che f è pari.

(ii) Si determinino

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$

- $f'(x) =$

- i segni di f' :

- la crescita, la decrescenza e gli estremi relativi e assoluti di f :

- il numero delle soluzioni $x \in \text{dom} f$ dell'equazione $f(x) = k$, al variare di $k \in \mathbb{R}$.

- $\text{ord}_0 f =$

ESERCIZIO N. 4. Si ponga, per ogni $n \in \mathbb{N}$,

$$a_n = \int_n^{+\infty} \frac{t+1}{e^t} dt.$$

(i) Si provi che $a_n \in \mathbb{R}$ per ogni n .

(ii) Si calcoli, giustificando la risposta, $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n$.

(iii) Si calcoli, giustificando la risposta, $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{a_n}$.