

Esame di Analisi matematica I - 9 CFU : esercizi

A.a. 2012-2013, sessione estiva, III appello

Corso: prof. OMARI prof. CUCCAGNA

COGNOME e NOME _____ N. Matricola _____

Anno di Corso _____ Laurea in Ingegneria _____

ESERCIZIO N. 1. Si ponga, per $x > 0$, $f(x) = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{1 - (1 - x^2 t)^{\ln x}}{t}$.

(i) Si determini l'espressione esplicita di $f(x)$.

(ii) Si calcolino

• $f'(x) =$

• $f''(x) =$

(iii) Si studino le proprietà di concavità e convessità di f .

ESERCIZIO N. 2. Si ponga

$$E = \left\{ z \in \mathbb{C} : \Im m \left(\frac{z}{\bar{z}} - \frac{i}{z} \right) > 0 \right\}.$$

(i) Si descriva e si rappresenti l'insieme E nel piano di Gauss.

(ii) Si determinino

- l'insieme dei punti di accumulazione di E :

- l'insieme dei punti interni di E :

- l'insieme dei punti di frontiera di E :

(iii) Si stabilisca se

- E è chiuso:

- E è aperto:

- E è limitato:

COGNOME e NOME _____ N. Matricola _____

ESERCIZIO N. 3. Si ponga, per $x > 0$,

$$f(x) = \int_x^{+\infty} \frac{1}{t^3 + t} dt.$$

(i) Si provi che $f(x) \in \mathbb{R}$ per ogni $x > 0$.

(ii) Si determinino

• i segni di f :

• $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) =$

• $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$

• $f'(x) =$

• i segni di f' :

• la crescita, la decrescenza e gli estremi relativi e assoluti di f :

• il numero delle soluzioni $x > 0$ dell'equazione $f(x) = k$, al variare di $k \in \mathbb{R}$:

ESERCIZIO N. 4. Si ponga, per ogni $n \in \mathbb{N}^+$ e $p \in \mathbb{R}$,

$$a_n = \int_n^{n+1} \arctan(x^p) dx.$$

(i) Si calcoli, al variare di $p \in \mathbb{R}$, $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n$.

(ii) Per i valori di $p \in \mathbb{R}$ tali che $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = 0$, si calcoli $\text{ord}_{+\infty} a_n$.